Niveau(x) d'enseignement: 9 Numéro EDUQ : 8870115
Centre d'intérêt: 841

Boisclair, Noëlange.

Mathématiques 121 : les opérations élémentaires dans N / [réd., Noëlange Boisclair]. -- [Québec] : Direction des cours par correspondance, c1985.
353, [46] p. : ill. ; 28 cm.

ISBN 2-551-06612-3

Vedette(s)-secondaire(s): Sévigny, Sylvie • Sévigny, Normand • Québec (Province) Direction des cours par correspondance

---

Descripteur(s): Mathématiques • Enseignement par correspondance • Cours • Manuel scolaire • Education des adultes

---

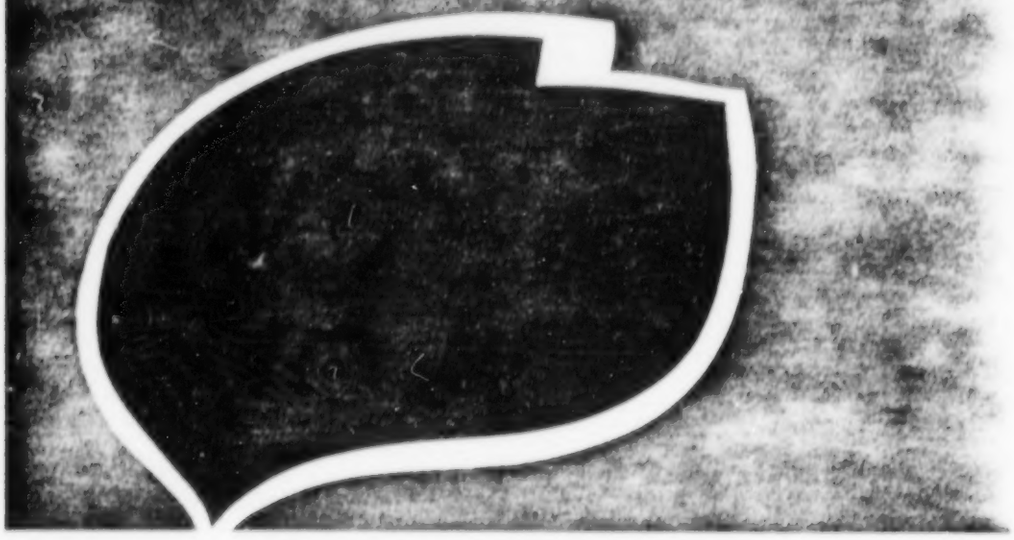
Les objectifs généraux de ce cours par correspondance, conformément au programme de la DGEA, visent: 1. à maîtriser les quatre opérations dans N; 2. à résoudre des problèmes d'applications pratiques faisant appel aux opérations arithmétiques. Le document comprend une introduction, quatre chapitres, et cinq cahiers de devoirs. Dans l'introduction, on trouve: 1. une méthode générale de travail adaptée à l'enseignement par correspondance; 2. la présentation du cours; 3. la présentation du matériel didactique; 4. des suggestions pour la réussite du cours. Les quatre chapitres du cours correspondent chacun à un objectif terminal du cours "Mathématiques 121". Ces chapitres sont intitulés: 1. les ensembles; 2. les quatre opérations dans N; 3. les formes géométriques; 4. le périmètre de l'aire carré, du rectangle et du triangle. Les cinq cahiers de devoir servent à évaluer la compréhension de la matière.

Type de document: d

EDUQ 887011

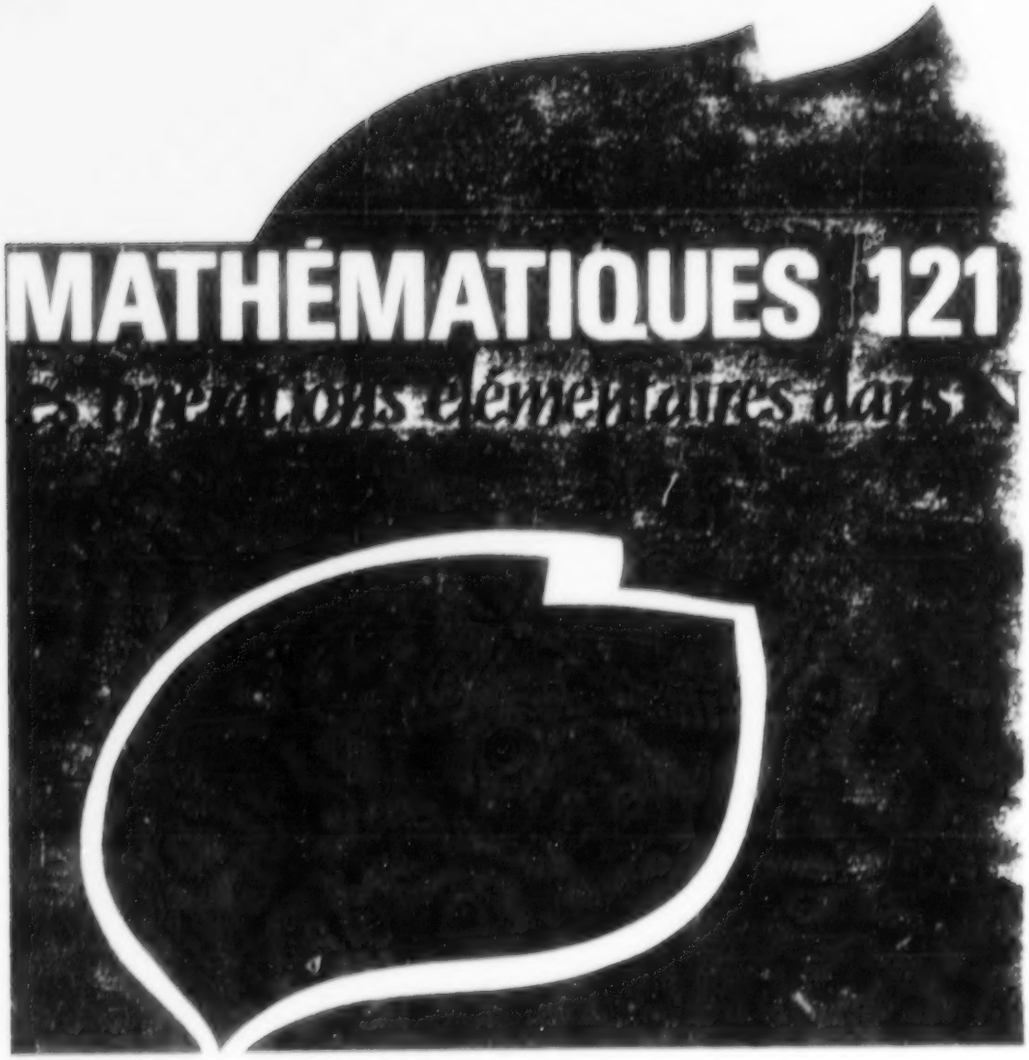
MATHÉMATIQUES 121

Les opérations élémentaires dans N



Québec

MATHÉMATIQUES 121



Direction des cours par correspondance

Rédactrice: Noëlange Boisclair

Rédactrice de la mise à jour: Sylvie Sévigny et Normand Sévigny

Cordonnatrice de la mise à jour: Mireille Moisan-Sanscartier

Responsable du secteur des mathématiques: Denise Larin

© Direction des cours par correspondance, M.E.Q., 1985

Tous droits de traduction et d'adaptation en totalité ou en partie réservés pour tous pays. Toute reproduction par procédé mécanique ou électronique y compris la microreproduction est interdite sans l'autorisation écrite d'un représentant dûment autorisé de la Direction des cours par correspondance du ministère de l'Education du Gouvernement du Québec.

Dépôt légal - 2e trimestre 1986
Bibliothèque nationale du Québec

ISBN 2-551-06612-3

110900
4586001

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION AU COURS MATHÉMATIQUES 121

0-0 Introduction 4

0-1 Une méthode générale de travail 5

0-2 La présentation du cours 5

0-3 Le matériel didactique 7

0-4 Des suggestions pour la réussite du cours 10

CHAPITRE 1 Les ensembles

Première leçon: La description d'un ensemble 17

Deuxième leçon: Les sous-ensembles d'un ensemble 41

Troisième leçon: Les nombres naturels 55

Exercices récapitulatifs 75

Corrigé des exercices 83

CHAPITRE 2 Les quatre opérations dans $\mathbb{N}$

Première leçon: La valeur relative des nombres dans $\mathbb{N}$ 98

Deuxième leçon: L'addition dans $\mathbb{N}$ 113

Troisième leçon: La soustraction dans $\mathbb{N}$ 131

Quatrième leçon: La multiplication dans $\mathbb{N}$ 143

Cinquième leçon: La division dans $\mathbb{N}$ 157

Sixième leçon: Les facteurs d'un nombre 183

Septième leçon: Les problèmes de la vie courante 199

Exercices récapitulatifs 207

Corrigé des exercices 215

CHAPITRE 3 Les formes géométriques

Première leçon: Les éléments de base de la géométrie 243
Deuxième leçon: Les polygones et les polyèdres 259
Exercices récapitulatifs 279
Corrigé des exercices 287

CHAPITRE 4 Le périmètre et l'aire du rectangle, du carré et du triangle

Première leçon: Le périmètre 295
Deuxième leçon: L'aire 307
Exercices récapitulatifs 319
Corrigé des exercices 325

EXERCICES DE SYNTHÈSE 333

INTRODUCTION AU COURS MATHÉMATIQUES 121

SOMMAIRE

0-0 Introduction 4
0-1 Une méthode générale de travail 5
0-2 La présentation du cours 5
0-3 Le matériel didactique 7
  0-3.1 La présentation du document MA 121
  0-3.2 Les devoirs
0-4 Des suggestions pour la réussite du cours 10
  0-4.1 La théorie
  0-4.2 Les exemples
  0-4.3 Les exercices
  0-4.4 Les devoirs

0-0 INTRODUCTION

Vous êtes inscrit au cours MATHÉMATIQUES 121 intitulé LES OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES DANS **N**. Ce cours relève de la Direction des cours par correspondance.

La méthode d'enseignement par correspondance exige de votre part un engagement actif. Elle requiert une étude régulière et des efforts. Cependant, une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Elle devrait tenir compte des démarches qui favoriseront le mieux l'atteinte de votre objectif. Pour vous aider, vous trouverez dans les pages qui suivent:

1. une méthode générale de travail adaptée à l'enseignement par correspondance;
2. la présentation du cours;
3. la présentation du matériel didactique;
4. des suggestions pour la réussite du cours;

La Direction des cours par correspondance souhaite que ce document réponde à vos attentes. Il espère de plus qu'il suscite le désir d'établir un échange continu avec le professeur qui corrigera vos devoirs.

0-1 UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement par correspondance est un processus d'apprentissage qui offre beaucoup de souplesse. Il impose cependant certaines contraintes auxquelles vous devez vous soumettre. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux quelques règles suivantes:

1. *Composez-vous un horaire qui vous permettra d'étudier selon vos possibilités compte tenu de vos loisirs et de vos activités;*
2. *Astreignez-vous à l'étude régulière et assidue;*
3. *Assurez-vous d'avoir bien assimilé une notion ou une leçon avant de passer à la suivante;*
4. *Notez au fur et à mesure, sur une feuille réservée à cette fin, les questions précises à poser à votre professeur.*

0-2 LA PRÉSENTATION DU COURS

Le cours MATHÉMATIQUES 121 *s'intitule* LES OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES DANS **N**. *Le sigle* MA 121 *sert à le désigner. Les objectifs généraux de ce cours, conformément au programme de la Direction générale de l'éducation des adultes, proposent de développer les habiletés suivantes:*

a) MAÎTRISER *les quatre opérations dans* $\mathbb{N}$;

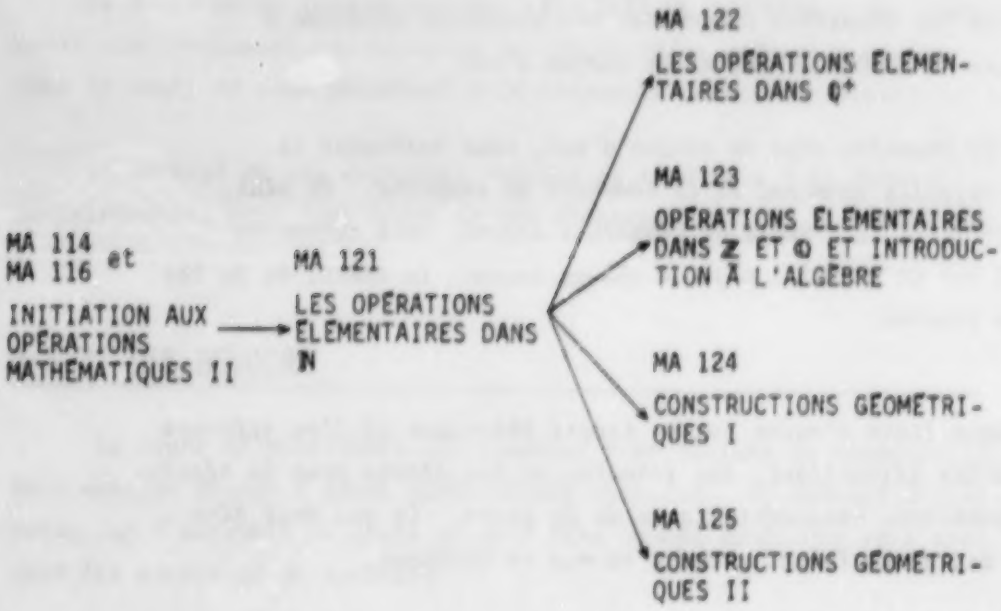
b) RÉSOUDRE *des problèmes d'applications pratiques faisant appel aux opérations arithmétiques.*

Selon le programme de mathématiques de la Direction générale de l'éducation des adultes, le cours MA 121, LES OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES DANS $\mathbb{N}$, *a comme préalables obligatoires les cours* MA 114 *et* MA 116, INITIATION AUX OPÉRATIONS MATHÉMATIQUES II.

Cependant, le cours MA 121 *est lui-même un préalable aux cours suivants:*

- MATHÉMATIQUES 122 (MA 122) *intitulé* LES OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES DANS $\mathbb{Q}^+$;
- MATHÉMATIQUES 123 (MA 123) *intitulé* OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES DANS $\mathbb{Z}$ ET $\mathbb{Q}$ ET INTRODUCTION À L'ALGÈBRE;
- MATHÉMATIQUES 124 (MA 124) *intitulé* CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES I;
- MATHÉMATIQUES 125 (MA 125) *intitulé* CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES II.

Le diagramme suivant représente l'ordre de ces cours.



0-3 LE MATÉRIEL DIDACTIQUE

Le matériel didactique du cours MATHÉMATIQUES 121 *comprend le présent document et cinq devoirs.*

0-3.1 LA PRÉSENTATION DU DOCUMENT MA 121

Le livre MATHÉMATIQUES 121 *comprend quatre chapitres qui correspondent chacun à un objectif terminal du cours* MATHÉMATIQUES 121. *Ces chapitres sont intitulés:*

- LES ENSEMBLES
- LES QUATRE OPÉRATIONS DANS ℕ
- LES FORMES GÉOMÉTRIQUES
- LE PÉRIMÈTRE ET L'AIRE DU CARRÉ, DU RECTANGLE ET DU TRIANGLE.

Tous les chapitres présentent une structure uniforme à l'exception du nombre de leçons de chacun d'eux.

À la première page de chacun d'eux, vous retrouvez le titre, l'objectif terminal et le sommaire du chapitre. De plus, lorsque celui-ci se compose de plusieurs leçons, vous retrouvez également sur la première page de chaque leçon le titre, le ou les objectifs étudiés.

Chaque leçon s'ouvre sur un exposé théorique où l'on retrouve au besoin les définitions, les formules ou les étapes pour la résolution de problèmes caractéristiques de la leçon. Ce qui doit être mémorisé est généralement encadré ou mis en italique.

De nombreux exemples vous initient à l'application de la théorie exposée; ils constituent des modèles qui vous aideront à faire les exercices qui suivent.

En effet, chaque leçon propose des exercices de types différents. Ainsi, certains exercices regroupent des questions qui offrent un choix de réponses, d'autres des questions à développement.

Vous devez répondre dans l'espace réservé à cette fin.

Les exercices récapitulatifs suivent la dernière leçon d'un chapitre et visent la préparation immédiate du devoir correspondant.

À la fin de chaque chapitre, vous retrouvez le corrigé des exercices. La couleur des feuilles utilisées vous permet de l'identifier facilement.

Règle générale, la réponse finale de chaque exercice est inscrite à droite du numéro de ce dernier et la solution détaillée apparaît près de la réponse.

Le document se termine par des EXERCICES DE SYNTHÈSE. Ces exercices vous proposent une révision des principales notions apprises dans le cours et vous préparent à la rédaction du dernier devoir.

Le corrigé de ces exercices indique la référence à la théorie correspondante pour vous aider en cas d'erreur.

0-3.2 LES DEVOIRS

Le cours MATHEMATIQUES 121 comprend cinq cahiers de devoir. Vous avez un devoir à faire après chaque chapitre. Le dernier devoir porte sur l'ensemble du cours et doit être envoyé après que vous ayez fait les exercices de synthèse.

Les devoirs servent à évaluer votre compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre professeur.

À la première page de tous les devoirs, vous retrouvez les instructions utiles à l'expédition du devoir. À moins de consignes contraires de la part de la Direction des cours par correspondance, suivez les instructions données.

À la fin du devoir, vous retrouvez une page où apparaissent les expressions QUESTIONS DE L'ÉLÈVE et REMARQUES DU CORRECTEUR. Utilisez la partie qui vous est réservée pour vous adresser à votre professeur et lui poser les questions notées au cours de votre étude.

0-4 DES SUGGESTIONS POUR LA RÉUSSITE DU COURS

Pour vous aider à réussir le cours MATHÉMATIQUES 121, voici quelques règles à suivre concernant les points suivants:

- la théorie;
- les exemples;
- les exercices;
- les devoirs.

0-4.1 LA THÉORIE

Voici quelques suggestions pour bien assimiler les notions théoriques.

1. Crayon en main, lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.
2. Les définitions, les formules et les étapes à suivre pour résoudre un problème donné méritent une attention particulière; mémorisez-les pour faciliter votre compréhension du texte.
3. S'il y a des points que vous ne comprenez pas, notez-les sur une feuille que vous joindrez à votre devoir. Votre professeur vous donnera alors des explications pertinentes.
4. Ne vous butez pas sur une difficulté, essayez de poursuivre la leçon. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre votre démarche d'apprentissage ne retardez pas votre demande d'explication jusqu'à l'envoi de votre devoir. Adressez-vous, par écrit, à la Direction des cours par correspondance qui fera parvenir vos questions à votre professeur.

0-4.2 LES EXEMPLES

Les exemples sont une application de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour faire les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples avant d'entreprendre les exercices.

0-4.3 LES EXERCICES

Les exercices d'un chapitre respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques règles à suivre pour faire ces exercices.

1. *Rédigez les solutions en utilisant comme modèle les exemples présentés dans le texte. Ne consultez pas immédiatement le corrigé.*
2. *Après avoir fait tous les exercices présentés, évaluez votre travail à l'aide du corrigé. Attention! Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est bonne.*
3. *Si vous constatez une erreur dans votre réponse ou dans votre solution, revoyez les notions non comprises. Ensuite, recommencez l'exercice.*
4. *Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'une leçon avant de passer à la suivante.*

Vous devez faire les exercices récapitulatifs uniquement après avoir complété l'étude de tout le chapitre qui s'y rattache.

Rappelez-vous que ces exercices demeurent une excellente préparation à la rédaction du devoir correspondant. Ils permettent de vérifier votre compréhension de la matière avant de procéder à la rédaction du devoir.

Les exercices de synthèse qui suivent le chapitre 4 portent sur l'ensemble du cours. Essayez de faire ces exercices sans avoir recours à la théorie. Consultez ensuite le corrigé. Si votre réponse est inexacte, retournez à la section théorique indiquée dans le rectangle. Vous y trouverez des explications utiles à la compréhension du problème.

0-4.4 LES DEVOIRS

Quand vous aurez réussi les exercices récapitulatifs d'un chapitre rédigez sans délai le devoir correspondant. Voici quelques règles susceptibles de vous aider.

1. *Rédigez d'abord un brouillon. Apportez toutes les modifications nécessaires à vos solutions avant de mettre au propre votre réponse finale.*
2. *Transcrivez ensuite les réponses ou les solutions dans les espaces réservés à cette fin dans le document à retourner.*
3. *S'il s'agit d'une question faisant appel à un développement, accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée.*

Dans la dernière page du devoir, vous retrouvez l'expression QUESTIONS DE L'ÉLÈVE. Écrivez dans l'espace prévu à cette fin les questions que vous désirez poser à votre professeur. Ce dernier vous prodiguera des conseils. Il pourra vous guider dans vos études et vous réorienter au besoin.

Rappelez-vous que le cinquième devoir porte sur l'ensemble du cours. Avant de le rédiger, faites sérieusement les exercices de synthèse qui suivent le dernier chapitre.

LES ENSEMBLES

OBJECTIF TERMINAL

Étant donné un ensemble décrit en compréhension, en extension, par diagramme de Venn ou représenté sur la droite numérique, et une liste de propositions où les symboles $\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\not\subseteq$, $>$, $<$, $\mathbb{N}$ et $\{\ \}$ ou $\emptyset$ sont utilisés, IDENTIFIER les propositions vraies et les propositions fausses.

SOMMAIRE

Première leçon: La description d'un ensemble..... 17
Deuxième leçon: Les sous-ensembles d'un ensemble..... 41
Troisième leçon: Les nombres naturels..... 55
Exercices récapitulatifs..... 75
Corrigé des exercices..... 83

PREMIÈRE LEÇON

LA DESCRIPTION D'UN ENSEMBLE

OBJECTIF

DÉCRIRE

a) en extension un ensemble donné en compréhension ou par diagramme de Venn;

b) en compréhension un ensemble donné en extension ou par diagramme de Venn;

c) par diagramme de Venn un ensemble donné en extension ou en compréhension.

1-0 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous abordons l'étude des ensembles et de leurs sous-ensembles. À l'aide de nombreux exemples choisis dans la vie quotidienne, nous orientons notre étude vers une introduction à l'ensemble des nombres naturels et à quelques-uns de ses sous-ensembles.

La première leçon nous présente d'abord plusieurs définitions se rapportant aux ensembles ainsi que le symbolisme qui s'y rattache. Ensuite, nous nous attardons à la représentation d'un ensemble, puis nous signalons quelques ensembles particuliers.

1-1 LES ENSEMBLES ET LES ÉLÉMENTS D'UN ENSEMBLE

Vous avez certainement entendu parler un jour d'une équipe de hockey, d'une réunion d'étudiants, d'un amoncellement de feuilles, d'une collection de tableaux ou d'un orchestre symphonique.

Ces mots: équipe, réunion, amoncellement, collection et orchestre indiquent chacun que nous considérons plusieurs choses ou plusieurs individus ou encore plusieurs objets comme formant un tout.

Regardons par exemple "un bouquet de fleurs". Même si nous savons qu'il est composé de plusieurs objets différents appelés fleurs, ce que nos yeux admirent, c'est l'aspect global, c'est-à-dire le bouquet. À ce moment, nous considérons les fleurs comme étant des choses différentes, mais formant un tout bien défini que nous désignons par le mot bouquet.

Ce fait se reproduit chaque fois que nous mentionnons des mots tels que: cortège, régates, groupement et essaim.

Or, pour désigner ce phénomène, les mathématiciens ont choisi le mot *ensemble*.

Tout le monde comprend ainsi l'usage courant du mot ensemble. Étant une notion de base dans la théorie des ensembles, nous le définissons comme suit:

> Un *ensemble* est une collection bien définie d'objets distincts.

Nous allons maintenant utiliser le mot "ensemble" dans des énoncés qui vous sont familiers et qui illustrent davantage ce terme.

Ainsi, nous parlons de:

- l'ensemble des motocyclettes immatriculées au Québec,
- l'ensemble des sièges d'une salle de cinéma,
- l'ensemble des notes de la gamme,
- l'ensemble des voyelles de notre alphabet,
- etc.

Chacun de ces ensembles regroupe plusieurs objets ayant un lien quelconque et formant un tout bien défini.

Chaque objet faisant partie d'un ensemble porte le nom d'*élément* de cet ensemble.

Les éléments d'un ensemble peuvent être des objets absolument quelconques et il n'est pas nécessaire qu'ils aient une signification mathématique.

Reprenons l'exemple du "bouquet de fleurs" qui est un tout bien défini, représentant un ensemble. Chaque fleur prise individuellement est un objet de l'ensemble, et nous disons que chaque fleur est un élément de cet ensemble.

Considérons maintenant notre alphabet qui constitue un tout bien défini, représentant un ensemble. Chaque lettre est un objet de l'ensemble, et nous disons que chaque lettre est un élément de cet ensemble.

D'une façon générale, les lettres majuscules servent à représenter les ensembles alors que les lettres minuscules représentent les éléments d'un ensemble. Toutefois, ces derniers peuvent être des objets quelconques tels des mots, des phrases, des figures, etc.

EXEMPLE 1

Nous pouvons noter: V, l'ensemble des voyelles de notre alphabet.
Les éléments de V sont: a, e, i, o, u, y.

EXEMPLE 2

Choisissons G pour représenter l'ensemble des notes de la gamme.
Les éléments de G sont: do, ré, mi, fa, sol, la, si.

EXEMPLE 3

Soit E, l'ensemble des mois de l'année.
Les éléments de E sont: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre.

Pour qu'un ensemble soit bien défini, il faut pouvoir affirmer avec certitude que tel objet étudié est ou n'est pas un élément de l'ensemble.

En d'autres mots, pour qu'un ensemble soit bien défini, nous devons être en mesure de déterminer si l'objet étudié appartient ou n'appartient pas à l'ensemble.

Pour indiquer qu'un objet appartient à un ensemble, nous utilisons un symbole d'appartenance: $\in$.

Ainsi,

> Pour exprimer qu'un objet a est un élément d'un ensemble E, nous utilisons la notation symbolique suivante: $a \in E$
> ce qui se lit: "*a appartient à* E".
>
> D'autre part, pour exprimer qu'un objet b n'est pas un élément de l'ensemble E, nous écrivons: $b \notin E$
> ce qui se lit: "*b n'appartient pas à* E".

Reprenons l'exemple précédent dans lequel V est l'ensemble des voyelles de notre alphabet.

Nous savons que les éléments de V sont: a, e, i, o, u, y.

Ainsi, nous pouvons affirmer que:

a $\in$ V ce qui se lit: "a appartient à V"

e $\in$ V "e appartient à V"

i $\in$ V "i appartient à V"

o $\in$ V "o appartient à V"

u $\in$ V "u appartient à V"

y $\in$ V "y appartient à V"

b $\notin$ V "b n'appartient pas à V".

EXEMPLE 1

Déterminons si "samedi" appartient ou n'appartient pas à l'ensemble des jours de la semaine.

SOLUTION

Choisissons J pour représenter l'ensemble des jours de la semaine. Nous savons que les éléments de J sont: lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi, dimanche.

Puisque "samedi" est un élément de l'ensemble J, nous écrivons:

samedi $\in$ J.

EXEMPLE 2

Déterminons si "b" appartient ou n'appartient pas à l'ensemble des lettres du mot NATASHQUAN.

SOLUTION

Choisissons E pour représenter l'ensemble des lettres du mot NATASHQUAN. Nous savons que les éléments de E sont: n, a, t, s, h, q, u.

Puisque b n'est pas un élément de l'ensemble E, nous écrivons:

$$b \notin E.$$

Note: Nous énumérons les éléments d'un ensemble sans les répéter et avec des lettres minuscules.

EXEMPLE 3

Soit G: l'ensemble des notes de la gamme. La proposition sol « G est-elle une proposition vraie ou une proposition fausse?

SOLUTION

Puisque sol est une note de la gamme, nous affirmons que "sol" est un élément de G.

Ainsi, la proposition: sol « G est une proposition vraie.

EXERCICE 1

Considérez C, l'ensemble des continents de la terre. Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

1. Europe $\in$ C _____ 2. Amérique $\in$ C _____

3. Québec $\notin$ C _____ 4. Asie $\notin$ C _____

5. France $\in$ C _____

EXERCICE 2

Considérez A, l'ensemble des lettres de notre alphabet. Complétez les propositions suivantes à l'aide du symbole $\in$ ou $\notin$.

1. c ___ A 2. 2 ___ A 3. d ___ A

4. e ___ A 5. 4 ___ A 6. h ___ A

1-2 LA REPRÉSENTATION D'UN ENSEMBLE

Il existe trois façons différentes de représenter les ensembles:

- la représentation en extension,
- la représentation en compréhension,
- la représentation par diagramme de Venn.

Le choix de l'une ou l'autre de ces représentations varie, en général, selon son utilisation dans la solution du problème présenté.

1-2.1 LA REPRÉSENTATION EN EXTENSION

Lorsque nous voulons représenter un ensemble, il arrive souvent que nous voulions énumérer, sans répétition, les éléments ou les objets qui appartiennent à cet ensemble. Ce procédé qui illustre tous les éléments, les uns après les autres, s'appelle la représentation en extension d'un ensemble.

Nous retenons donc que:

> *représenter un ensemble en extension* consiste à *énumérer sans répétition* les éléments qui appartiennent à cet ensemble.

De plus, dans la représentation en extension d'un ensemble, nous devons observer les règles d'écriture suivantes:

- Les éléments sont placés entre accolades et séparés par des virgules.
- L'ordre d'énumération des éléments est arbitraire et chacun n'est mentionné qu'une seule fois.
- L'énumération d'un nombre infini d'éléments nécessite l'utilisation de points de suspension. Ceux-ci sont précédés d'une virgule et tiennent lieu des éléments non mentionnés.

Note. Le symbole = est utilisé pour relier la lettre majuscule servant à nommer un ensemble et la description en extension de cet ensemble.

Voici quelques exemples qui illustrent la représentation en extension d'un ensemble donné.

EXEMPLE 1

Représentons en extension l'ensemble des voyelles de notre alphabet.

SOLUTION

Nous pouvons choisir V pour représenter l'ensemble des voyelles.
Les éléments de cet ensemble sont: a, e, i, o, u, y.

En appliquant les règles d'écriture, nous obtenons:

$$V = \{a, e, i, o, u, y\}.$$

EXEMPLE 2

Représentons en extension l'ensemble des notes de la gamme.

SOLUTION

Choisissons G pour représenter l'ensemble des notes de la gamme.
Les éléments de cet ensemble sont: do, ré, mi, fa, sol, la, si. En observant les règles d'écriture, nous obtenons:

$$G = \{do, ré, mi, fa, sol, la, si\}.$$

EXEMPLE 3

Représentons en extension l'ensemble des lettres du mot NATASHQUAN.

SOLUTION

Choisissons P pour représenter l'ensemble donné. Les éléments de cet ensemble sont, n, a, t, s, h, q, u. En appliquant les règles d'écriture, nous obtenons: $P = \{n, a, t, s, h, q, u\}$.

EXEMPLE 4

Représentons en extension l'ensemble des nombres entiers habituellement utilisés pour compter.

SOLUTION

Choisissons $\mathbb{N}$ pour représenter l'ensemble donné. Les éléments de cet ensemble sont: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... En observant les règles d'écriture, nous obtenons:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}.$$

EXERCICE 3

Représentez en extension les ensembles suivants:

1. L'ensemble J des jours de la semaine.

2. L'ensemble A des mois de l'année qui ont 30 jours.

3. L'ensemble M des voyelles du mot MATHÉMATIQUES.

EXERCICE 4

Corrigez l'erreur dans la représentation en extension des ensembles suivants:

1. $B = \left\{\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \cdots\right\}$

2. E = 1, 2, 3, 4, 5

3. A = (accolade, virgule, accolade)

1-2.2 LA REPRÉSENTATION EN COMPRÉHENSION

Une seconde façon de représenter un ensemble consiste à donner une propriété qui est satisfaite par tous les éléments de cet ensemble, et par aucun autre objet qui n'appartient pas à cet ensemble: c'est la description d'un ensemble en compréhension.

La caractéristique commune à tous les éléments de l'ensemble permet d'identifier ces éléments sans avoir à les énumérer.

Nous retenons donc que:

> *représenter un ensemble en compréhension* consiste à *indiquer une propriété commune* à tous les éléments de cet ensemble.

Comme dans ce type de représentation d'un ensemble, nous ne devons énumérer aucun élément appartenant à l'ensemble, une lettre minuscule, généralement choisie parmi x, y ou z, sert à désigner tous les éléments de l'ensemble.

EXEMPLE 1

Représentons en compréhension l'ensemble S suivant:

S = {lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi, dimanche}.

SOLUTION

Il s'agit de trouver une propriété qui est satisfaite par tous les éléments de l'ensemble S, et par aucun autre objet non énuméré dans S.

Nous observons que chaque élément de l'ensemble S est un jour de la semaine et qu'il n'existe pas de jour de la semaine qui n'est pas énuméré dans l'ensemble S. Nous avons donc une propriété commune aux éléments de S.

Si nous choisissons x pour représenter en général les éléments de l'ensemble S, nous obtenons: S = {x|x est un jour de la semaine}.

La barre verticale (|) se lit: "tel que".

L'expression entière se lit: "S est l'ensemble des éléments x tels que chaque x est un jour de la semaine".

EXEMPLE 2

Représentons en compréhension l'ensemble C suivant:

C = {Europe, Asie, Afrique, Amérique, Océanie}.

SOLUTION

Notre observation nous amène à constater que chaque élément de l'ensemble C est un continent, et qu'il n'existe pas de continent qui n'est pas énuméré dans l'ensemble C. Nous avons trouvé une propriété commune aux éléments de C.

Si nous choisissons y pour représenter en général chacun des éléments de l'ensemble C, nous obtenons: C = {y|y est un continent}.

L'expression entière se lit: "C est l'ensemble des éléments y tels que chaque y est un continent".

EXEMPLE 3

Représentons en compréhension l'ensemble V suivant:

V = {a, e, i, o, u, y}.

SOLUTION

Chaque élément de l'ensemble V est une voyelle de notre alphabet, et il n'existe pas de voyelle qui n'est pas énumérée dans l'ensemble V. C'est donc une propriété commune aux éléments de V.

Si nous choisissons z pour représenter en général chacun des éléments de l'ensemble V, nous obtenons:

V = {z|z est une voyelle de notre alphabet}.

L'expression entière se lit: "V est l'ensemble des éléments z tels que chaque z est une voyelle de notre alphabet".

EXERCICE 5

Représentez en compréhension les ensembles suivants:

1. E = {do, ré, mi, fa, sol, la, si}.

2. S = {janvier, mars, mai, juillet, août, octobre, décembre}.

3. M = {pouce, index, majeur, annulaire, auriculaire}.

4. G = {goût, odorat, ouïe, vue, toucher}.

5. I = {été, automne, hiver, printemps}.

EXERCICE 6

Représentez en extension chacun des ensembles suivants:

1. G = {y|y est une note de la gamme}.

2. E = {z|z est une lettre du mot MISSISSIPI}.

3. P = {x|x est une pièce de monnaie canadienne}.

1-2.3 La représentation par diagramme de Venn

Une troisième façon de représenter un ensemble consiste à utiliser une figure fermée dans laquelle nous plaçons des points qui illustrent tous les éléments qui appartiennent à cet ensemble: c'est ce que nous appelons la représentation d'un ensemble par un diagramme de Venn.

Dans un diagramme de Venn, la lettre majuscule servant à nommer l'ensemble est indiquée à l'extérieur de la figure choisie et à proximité de celle-ci.

Cette figure fermée peut prendre la forme d'un cercle, d'un carré ou d'une ellipse selon notre choix personnel.

Retenons que:

> Représenter un ensemble par un *diagramme de Venn* consiste à placer dans une *figure fermée* des points qui illustrent tous les éléments de cet ensemble.

EXEMPLE 1

Représentons par un diagramme de Venn les ensembles suivants:

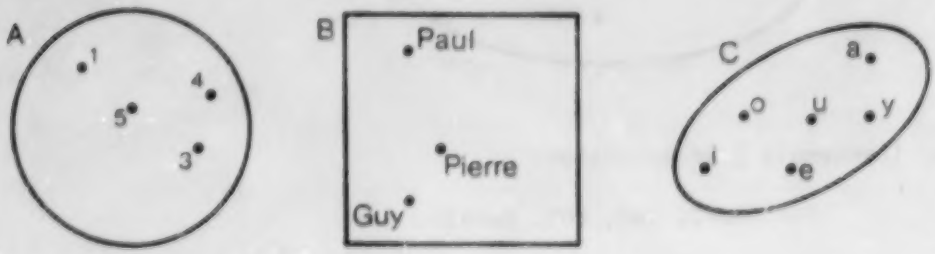
A = {1, 3, 4, 5}

B = {Paul, Pierre, Guy}

C = {a, e, i, o, u, y}.

SOLUTION

Traçons trois figures fermées et plaçons à l'intérieur de chacune un nombre suffisant de points pour représenter chaque élément de l'ensemble.

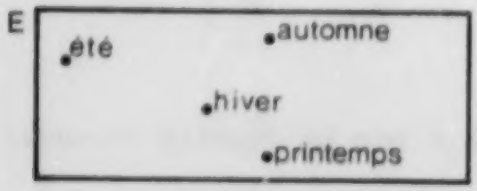


EXEMPLE 2

Soit E = {x|x est une saison de l'année}.

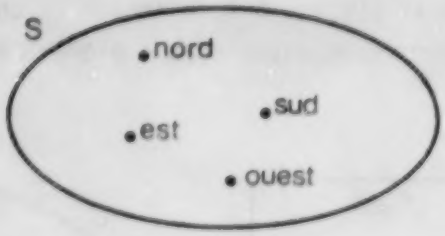
Représentons cet ensemble par un diagramme de Venn.

SOLUTION



EXEMPLE 3

Soit S l'ensemble représenté par le diagramme suivant:



Représentons l'ensemble S en extension:

S = {nord, sud, est, ouest}.

Représentons l'ensemble S en compréhension:

S = {x|x est un des points cardinaux}.

EXERCICE 7

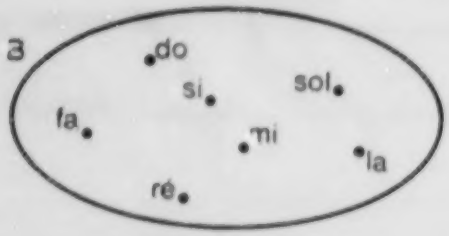
Soit G = {avril, juin, septembre, novembre}.
Représentez cet ensemble G par un diagramme de Venn.

EXERCICE 8

Soit F = {x|x est une consonne du mot FLEUR}.
Représentez cet ensemble F par un diagramme de Venn.

EXERCICE 9

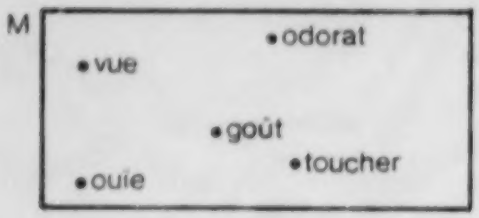
Soit B l'ensemble représenté par le diagramme suivant:



Représentez l'ensemble B en compréhension.

EXERCICE 10

Soit M l'ensemble représenté par le diagramme suivant:



Représentez l'ensemble M en extension.

EXERCICE 11

Dites si les ensembles ci-dessous sont représentés en extension, en compréhension ou par un diagramme de Venn.

1. B = {x|x est une mesure de longueur}. _____

2. M = {gramme, kilogramme}. _____

3.

_____

EXERCICE 12

De quelle façon les ensembles suivants sont-ils représentés?

1.

_____

2. X = {○, ⬡, □, △} _____

3. Z = {x|x est un outil de menuisier}. _____

1-3 L'ENSEMBLE VIDE

Comment pouvons-nous présenter l'ensemble E des martiens qui suivent le cours de mathématiques 121?

À notre avis, il n'y a aucun martien qui suit ce cours présentement! Puisqu'aucun martien ne peut être considéré dans cet ensemble, aucun élément n'appartient à cet ensemble E.

Pour représenter cette situation particulière que nous appelons ensemble vide, nous utilisons indifféremment deux symboles:

$E = \{\ \}$ ou $E = \emptyset$.

De cette situation, retenons que:

> Un ensemble est *vide* lorsqu'*aucun élément* n'appartient à cet ensemble. L'ensemble vide se note:
> $\{\ \}$ ou $\emptyset$.

Note. $\emptyset$ est une lettre grecque qui se lit "phi".

EXEMPLE 1

Qu'arriverait-il si nous voulions former l'ensemble M des mois de l'année ayant seulement 20 jours?

Nous savons qu'il n'existe aucun mois de l'année composé de 20 jours seulement. L'ensemble M considéré ne contient donc aucun élément.

Ainsi, l'ensemble M est vide et nous le désignons par

$$M = \{\ \} \text{ ou } M = \emptyset.$$

EXEMPLE 2

Quelle est la représentation de l'ensemble E des billets de banque canadiens qui ont une valeur de 3,00 $?

L'ensemble E considéré ne contient aucun élément, car il n'existe pas de billet de banque d'une valeur de 3,00 $ au Canada. Ainsi, l'ensemble E est vide et nous le désignons par $E = \emptyset$ ou $E = \{\ \}$.

EXEMPLE 3

Parmi les ensembles suivants, quel est celui qui ne contient aucun élément?

A = {x|x est un crayon d'un étudiant}

B = {y|y est un volume d'une bibliothèque}

C = {z|z est une rue d'une ville}

D = {x|x est une pièce de monnaie canadienne de 17 cents}

SOLUTION

D est l'ensemble qui ne contient aucun élément, car il n'existe pas de pièce de monnaie canadienne d'une valeur de 17 cents. Ainsi, $D = \emptyset$ ou $D = \{\ \}$.

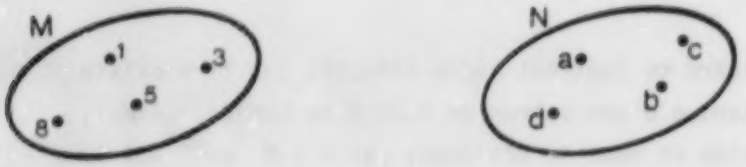
EXERCICE 13

Soit E = {x|x est une consonne du mot EAU}.

Représentez l'ensemble E en extension. _____

EXERCICE 14

Considérez les ensembles suivants:



Représentez en extension, l'ensemble V formé des éléments qui appartiennent à l'ensemble M et à l'ensemble N.

DEUXIÈME LEÇON

LES SOUS-ENSEMBLES D'UN ENSEMBLE

OBJECTIF

TROUVER un ou des sous-ensembles d'un ensemble donné en extension, en compréhension ou par diagramme de Venn.

2-0 INTRODUCTION

Dans la première leçon, nous avons vu que les éléments d'un ensemble sont des objets qui peuvent être reliés par une propriété quelconque.

En poursuivant notre étude sur les ensembles, nous observerons que si, à l'intérieur d'un ensemble, nous regroupons quelques-uns des éléments, nous formons un sous-ensemble du premier ensemble donné.

2-1 LES SOUS-ENSEMBLES D'UN ENSEMBLE

Considérons l'ensemble U = {a, b, c, d, e} dont la représentation par un diagramme de Venn est la suivante:

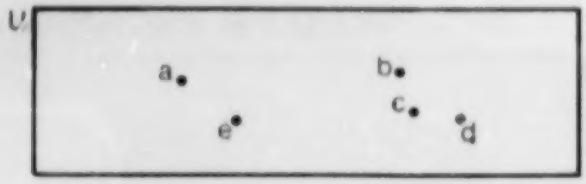


Fig. 2-1 L'ensemble U

Si, à l'intérieur de cet ensemble U, nous regroupons d'une part, dans un ensemble A, les éléments qui sont des voyelles et d'autre part, dans un ensemble B, les éléments qui sont des consonnes, nous obtenons A = {a, e} et B = {b, c, d}.

Le diagramme de Venn qui représente l'ensemble U apparaît maintenant sous un nouvel aspect, soit:

Fig. 2-2 La représentation de l'ensemble U

Dans cette dernière représentation de l'ensemble U, vérifions que:

- tous les éléments de l'ensemble A sont des éléments de l'ensemble U; l'ensemble A est alors un sous-ensemble de l'ensemble U.
- tous les éléments de l'ensemble B sont des éléments de l'ensemble U; l'ensemble B est alors un sous-ensemble de l'ensemble U.

Retenons ceci:

> Un ensemble A est un *sous-ensemble* d'un ensemble U lorsque tous les éléments de A sont des éléments de U.
>
> A est un sous-ensemble de U se note: $A \subseteq U$.

EXEMPLE 1

Représentons par un diagramme l'ensemble suivant:

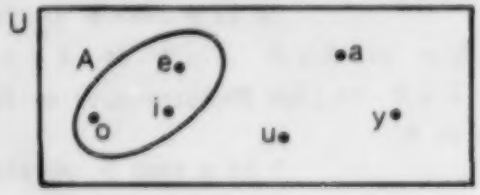
$U = \{y | y$ est une voyelle de notre alphabet$\}$.

Formons un sous-ensemble A de U avec les lettres du mot OIE.

SOLUTION

Nous avons $A = \{o, i, e\}$
et $U = \{a, e, i, o, u, y\}$.

Nous obtenons le diagramme de Venn suivant:

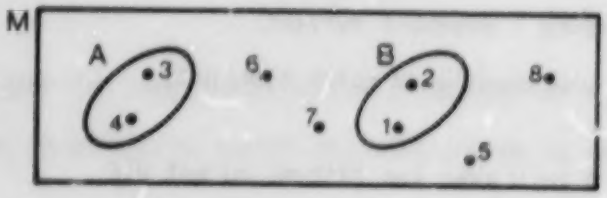


Nous disons que l'ensemble A est un sous-ensemble de U, car tous les éléments o, i et e qui appartiennent à A appartiennent aussi à U.

En effet, o $\in$ A et o $\in$ U,
1 $\in$ A et 1 $\in$ U,
e $\in$ A et e $\in$ U.

EXEMPLE 2

Déterminons les deux sous-ensembles de M qui sont représentés dans le diagramme suivant:



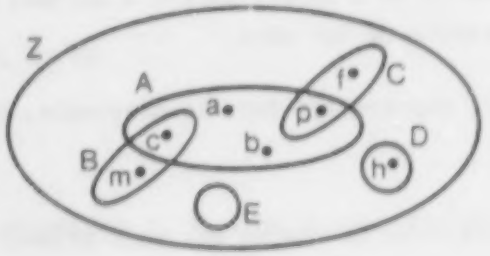
SOLUTION

- Les éléments de A sont 3 et 4.
  Puisque 3 $\in$ A et 3 $\in$ M, 4 $\in$ A et 4 $\in$ M,
  alors A est un sous-ensemble de M.

- Les éléments de B sont 1 et 2.
  Puisque 1 $\in$ B et 1 $\in$ M, 2 $\in$ B et 2 $\in$ M,
  alors B est un sous-ensemble de M.

EXEMPLE 3

Soit Z l'ensemble représenté par le diagramme suivant:



1. Déterminons les sous-ensembles de Z représentés dans ce diagramme.
2. Écrivons en extension chacun des sous-ensembles de Z.

SOLUTION

1. - Les éléments de A sont a, b, c et p.
   Puisque $a \in A$ et $a \in Z$, $b \in A$ et $b \in Z$,
   $c \in A$ et $c \in Z$, $p \in A$ et $p \in Z$,
   alors A est un sous-ensemble de Z.

   - Les éléments de B sont c et m.
   Puisque $c \in B$ et $c \in Z$, $m \in B$ et $m \in Z$,
   alors B est un sous-ensemble de Z.

   - Les éléments de C sont p et f.
   Puisque $p \in C$ et $p \in Z$, $f \in C$ et $F \in Z$,
   alors C est un sous-ensemble de Z.

   - L'élément de D est h.
   Puisque $h \in D$ et $h \in Z$,
   alors D est un sous-ensemble de Z.

- E ne possède aucun élément. Ainsi tous les éléments de E appartiennent à Z, donc nous disons que E est un sous-ensemble de Z.

- Puisque tous les éléments de Z appartiennent à Z, nous disons que Z est un sous-ensemble de lui-même.

Les sous-ensembles de Z, représentés dans le diagramme, sont A, B, C, D, E et Z.

2. La représentation en extension de chacun des sous-ensembles de Z est:

$A = \{a, b, c, p\}$ $\quad D = \{h\}$

$B = \{c, m\}$ $\quad E = \{\ \} = \emptyset$

$C = \{p, f\}$ $\quad Z = \{a, b, c, p, m, h, f\}$.

REMARQUES

a. Un singleton est un ensemble qui contient un seul élément.

b. L'ensemble vide est un sous-ensemble de tout ensemble.

c. Tout ensemble est un sous-ensemble de lui-même.

EXEMPLE 4

Soit B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

X = {1, 3, 5, 7, 9}

Y = {0, 2, 4, 6, 8}

Z = {9, 12}

Q = { }.

Vérifions si les ensembles X, Y, Z et Q sont des sous-ensembles de B.

SOLUTION

X est un sous-ensemble de B, car tous les éléments de X sont des éléments de B.

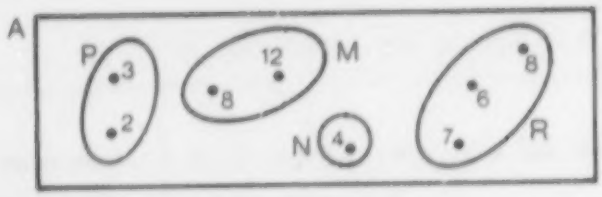
Y est un sous-ensemble de B, car tous les éléments de Y sont des éléments de B.

Z n'est pas un sous-ensemble de B, car tous les éléments de Z ne sont pas des éléments de B.
Exemple: $12 \in Z$ et $12 \notin B$.

Q est un sous-ensemble de B, car Q est un ensemble vide.

EXERCICE 1

Considérez l'ensemble A représenté par le diagramme de Venn suivant:



Identifiez et définissez en extension les quatre sous-ensembles de A (différents de A) représentés dans le diagramme.

EXERCICE 2

Soit A = {x|x est une lettre du mot OISEAU}

et B = {y|y est une voyelle de notre alphabet}.

Dites si B est un sous-ensemble de A.

Lorsqu'un ensemble A est un sous-ensemble d'un ensemble B, nous écrivons: $A \subseteq B$

ce qui se lit: "A *est un sous-ensemble de* B"

ou

"A *est inclus dans* ou *égal à* B".

Le symbole $\subseteq$ posé entre A et B signifie que tous les éléments qui appartiennent à A appartiennent aussi à B.

Lorsqu'un ensemble A n'est pas un sous-ensemble d'un ensemble B, nous écrivons: $A \not\subseteq B$

ce qui se lit: "A *n'est pas un sous-ensemble de* B"

ou

"A *n'est pas inclus dans* B".

Le symbole $\not\subseteq$ posé entre A et B signifie que tous les éléments qui appartiennent à A n'appartiennent pas tous à B.

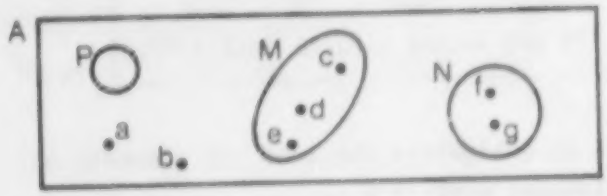
REMARQUES

a. Le symbole $\subseteq$ placé entre deux ensembles signifie que le premier ensemble est un sous-ensemble du deuxième.

b. Le symbole $\in$ placé entre un élément et un ensemble signifie que cet élément appartient à l'ensemble.

EXEMPLE 1

Considérons l'ensemble A représenté par le diagramme suivant:



Complétons les propositions suivantes en utilisant les symboles $\subseteq$, $\not\subseteq$, $\in$ ou $\notin$ selon le cas.

1. M .... A
2. N .... A
3. d .... M
4. a .... N
5. P .... A
6. {f, g} .... M
7. {c, d, e} .... A
8. {a, b, c, d, e, f, g} .... A
9. a .... A
10. {a} .... A

SOLUTION

1. $M \subseteq A$, car M est un sous-ensemble de A.
2. $N \subseteq A$, car N est un sous-ensemble de A.
3. $d \in M$, car d est un élément de M.
4. $a \notin N$, car a n'est pas un élément de N.
5. $P \subseteq A$, car P est un sous-ensemble de A.
6. $\{f, g\} \not\subseteq M$, car {f, g} n'est pas un sous-ensemble de M puisque $f \notin M$ et $g \notin M$.
7. $\{c, d, e\} \subseteq A$, car {c, d, e} est un sous-ensemble de A.
8. $\{a, b, c, d, e, f, g\} \subseteq A$, car A est un sous-ensemble de lui-même.

9. $a \in A$, car a est un élément de A.

10. $\{a\} \subseteq A$, car $\{a\}$ est un sous-ensemble de A.

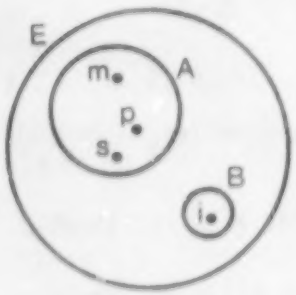
    Remarquez que l'élément a écrit entre des accolades devient un ensemble considéré comme un sous-ensemble de A.

EXEMPLE 2

Considérons $E = \{x | x$ est une lettre du mot MISSISSIPI$\}$.

1. Écrivons E en extension.
2. Écrivons en extension le sous-ensemble A de E, formé des consonnes.
3. Écrivons en extension le sous-ensemble B de E, formé des voyelles.
4. Représentons E, A et B par un diagramme de Venn.

SOLUTION

1. $E = \{i, m, p, s\}$.
2. $A = \{m, p, s\}$.
3. $B = \{i\}$ et B est un singleton.
4. 

EXERCICE 3

Soit $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$.

Complétez les propositions suivantes par l'emploi des symboles: $\subseteq$, $\not\subseteq$, $\in$, $\notin$.

1. $\frac{1}{2}$ ... $\mathbb{N}$
2. 4 ... $\mathbb{N}$
3. $\{4, 5, 6\}$ ... $\mathbb{N}$
4. 100 ... $\mathbb{N}$
5. $\{100\}$ ... $\mathbb{N}$
6. $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ ... $\mathbb{N}$
7. $\{\ \}$ ... $\mathbb{N}$
8. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right\}$ ... $\mathbb{N}$
9. 0 ... $\mathbb{N}$
10. $\{0\}$ ... $\mathbb{N}$

EXERCICE 4

Considérez les ensembles:

$M = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad$ $B = \{1, 3, 4\}$

$D = \{2\}$ $\quad$ $E = \{3, 4, 5\}$.

$A = \{3\}$

Encerclez V ou F selon que les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

1. $A \subseteq M$ $\quad$ V ; F
2. $D \subseteq M$ $\quad$ V ; F
3. $E \subseteq M$ $\quad$ V ; F
4. $B \subset M$ $\quad$ V ; F
5. $M \not\subseteq A$ $\quad$ V ; F
6. $A \not\subseteq B$ $\quad$ V ; F

EXERCICE 5

Soit C = {x|x est un mois de 31 jours}

et E = {y|y est un mois qui commence par la lettre M}.

Montrez par un diagramme de Venn que E ⊆ C.

EXERCICE 6

Complétez les phrases suivantes à l'aide des symboles: ⊆ ou ⊈.

1. {a, b} ... {a, b, c, d}

2. {1, 3} ... {1, 2, 3, 4}

3. ∅ ... {1, 2, 3, 4}

4. {1, 2, 3, 4} ... {1, 2, 3, 4}

5. {Québec} ... {x|x est une ville du Canada}

6. {y|y est une ville du Québec} ... {z|z est une ville du Canada}

EXERCICE 7

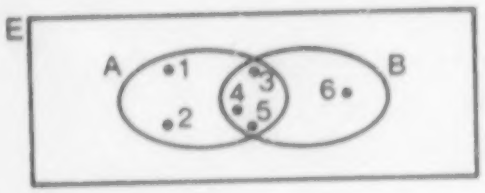
Trouvez trois sous-ensembles de deux éléments à partir de l'ensemble

$$A = \{1, 2, 3, 4\}.$$

Donnez votre réponse en extension.

EXERCICE 8

Considérez l'ensemble E représenté par le diagramme suivant:



Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses?
Répondez par V ou F dans le cercle.

1. $2 \in B$ ○
2. $\{2,4,5\} \subseteq A$ ○
3. $A = \{1,2\}$ ○
4. $\{3,4,5\} \notin E$ ○
5. $3 \in B$ ○
6. $\{3,4,5\} \subseteq B$ ○
7. $5 \in A$ ○
8. $\{3,6\} \subseteq B$ ○
9. $1 \in E$ ○
10. $\{3,4,5\} \subseteq A$ ○

TROISIÈME LEÇON

LES NOMBRES NATURELS

OBJECTIF

- DÉCRIRE en extension l'ensemble des nombres naturels ou l'un de ses sous-ensembles.
- PLACER en ordre croissant ou décroissant des nombres naturels donnés.
- REPRÉSENTER des nombres naturels donnés sur la droite numérique, à l'aide d'une unité de mesure arbitraire.

3-0 INTRODUCTION

Nous avons vu jusqu'à présent différents ensembles. Cependant, en mathématiques, les ensembles de nombres ont une importance fondamentale. Leur étude permet de tirer des conclusions sur les propriétés de nombreux ensembles.

Nous ferons, avec cette leçon-ci, l'étude systématique d'un ensemble de nombres très important: l'ensemble des nombres naturels.

Nous verrons d'abord, pour mieux nous situer, un bref aperçu de l'origine des nombres.

7-1 UNE PETITE HISTOIRE DES NOMBRES

Il est aussi difficile de connaître l'origine des nombres que celle de l'humanité. Une chose est certaine, les premiers humains ont dû compter, ne serait-ce que pour dénombrer leurs tribus, leurs troupeaux ou pour effectuer des échanges.

Comment nos lointains ancêtres ont-ils compté? Quel était leur système numérique?

Si loin que l'on puisse remonter dans l'histoire des temps, nous retrouvons des vestiges de numération. Dans des cavernes préhistoriques comme celle de Cabrerets, en France, sont dessinés sur les murs et sur des ossements, des symboles qui ont probablement servi à compter les trophées de chasse.

Il faut cependant revenir à une époque plus récente pour retracer les symboles utilisés pour nos nombres. On attribue aux Arabes la façon de tracer les chiffres que nous utilisons actuellement 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Vous avez certainement connu un autre système numérique, celui attribué aux Romains. Nous en voyons les premiers symboles sur les horloges antiques: I, II, III, IV, ...

L'utilisation du zéro est beaucoup plus récente, quoique certains auteurs prétendent que les indiens Mayas d'Amérique centrale en faisaient usage.

3-2 L'ENSEMBLE DES NOMBRES NATURELS ET SES SOUS-ENSEMBLES

De tous les indices historiques et archéologiques, nous pouvons cependant tirer la certitude que les premiers nombres utilisés furent ceux qui correspondaient à l'usage le plus naturel: le dénombrement des objets. Ce sont *les nombres naturels*, ceux que nous utilisons lorsque nous comptons.

Retenons ceci:

> L'ensemble des *nombres naturels* désigné par $\mathbb{N}$, est la suite infinie des nombres entiers suivants:
>
> $$0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$
>
> Sa description en extension est:
>
> $$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}.$$

Nous pouvons regrouper les éléments de $\mathbb{N}$ en sous-ensembles contenant un élément, deux éléments, trois éléments, ou tout autre nombre d'éléments désiré. Tous ces sous-ensembles peuvent être formés d'une infinité de façons différentes, si bien qu'il existe une infinité de sous-ensembles de $\mathbb{N}$.

EXEMPLE 1

Les ensembles: $\{1, 2\}$, $\{55, 6\}$ et $\{0, 1\}$ sont trois sous-ensembles de $\mathbb{N}$, contenant chacun deux éléments.
Nous pouvons écrire que: $\{1, 2\} \subseteq \mathbb{N}$, $\{55, 6\} \subseteq \mathbb{N}$ et $\{0, 1\} \subseteq \mathbb{N}$.

EXEMPLE 2

L'ensemble des nombres pairs est un sous-ensemble de $\mathbb{N}$.

$$\{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\} \subseteq \mathbb{N}.$$

Note. Un *nombre pair* est un nombre divisible, sans reste, par 2.

EXEMPLE 3

L'ensemble des nombres impairs est un sous-ensemble de $\mathbb{N}$.

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\} \subseteq \mathbb{N}.$$

Note. Un *nombre impair* est un nombre qui n'est pas pair, c'est-à-dire un nombre non divisible, sans reste, par 2.

EXEMPLE 4

L'ensemble des nombres premiers est un sous-ensemble de $\mathbb{N}$.

$$\{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\} \subseteq \mathbb{N}.$$

Note. 1) Un *nombre premier* est nombre qui a exactement deux diviseurs(lui-même et 1).

2) 1 n'est pas un nombre premier car il a un seul diviseur.

EXEMPLE 5

Nous notons par $\mathbb{N}^*$ l'ensemble des nombres naturels dans lequel nous enlevons le zéro.

Ainsi, $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$.

Donc, $\mathbb{N}^* \subseteq \mathbb{N}$.

EXERCICE 1

Donnez une description en extension de deux sous-ensembles de $\mathbb{N}$ en n'utilisant que les nombres 0, 1 et 2.

EXERCICE 2

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausse?
Répondez par V ou F dans le cercle.

1. $0 \subseteq \mathbb{N}$ ○ 2. $\{0\} \subseteq \mathbb{N}$ ○
3. $\{2, 4, 6, 8\} \subseteq \mathbb{N}$ ○ 4. $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right\} \subseteq \mathbb{N}$ ○
5. $\{8\} \subseteq \mathbb{N}$ ○ 6. $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$ ○

3-3 L'ORDRE DES NOMBRES NATURELS

Nous connaissons maintenant l'ensemble $\mathbb{N}$ des nombres naturels et nous avons trouvé différents sous-ensembles de $\mathbb{N}$ au cours des exemples et des exercices précédents.

Voyons maintenant deux façons d'ordonner les éléments des sous-ensembles de $\mathbb{N}$.

3-3.1 L'ORDRE CROISSANT

Dans l'énumération des éléments d'un sous-ensemble de $\mathbb{N}$, nous pouvons commencer par le plus petit nombre et le faire suivre d'un autre entier du sous-ensemble qui lui est immédiatement supérieur. Si nous répétons ce procédé pour tous les éléments, nous disons alors que les éléments du sous-ensemble de $\mathbb{N}$ sont placés selon un *ordre croissant*.

Ainsi, dans la description en extension: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ les éléments sont énumérés en ordre croissant.

Nous pouvons aussi ordonner les éléments de tous les sous-ensembles de $\mathbb{N}$ en utilisant ce procédé.

EXEMPLE 1

Considérons l'ensemble $A = \{3, 15, 40, 70, 90\}$. A est un sous-ensemble de $\mathbb{N}$ dont les éléments sont placés en ordre croissant, car:

- 15 est supérieur à 3 et inférieur à 40, 70 et 90,
- 40 est supérieur à 15 et inférieur à 70 et 90,
- 70 est supérieur à 40 et inférieur à 90,
- 90 est supérieur à 70.

L'expression "15 est supérieur à 3" se dit aussi:

"15 est plus grand que 3"

et, pour la symboliser, nous utilisons la notation suivante:

$$15 > 3.$$

D'une façon générale, lorsque a et b sont des nombres naturels, nous écrivons $a > b$ si a *est supérieur à* b.

EXEMPLE 2

Plaçons en ordre croissant les nombres naturels suivants:

10, 0, 100, 8, 9, 74, 32.

SOLUTION

Nous plaçons d'abord le nombre le plus petit, soit: 0.
Nous plaçons ensuite l'entier supérieur à 0 qui est le plus petit parmi ceux qui restent, soit: 0, 8.
En répétant ce procédé pour chacun des éléments, nous obtenons:

0, 8, 9, 10, 32, 74, 100.

EXERCICE 3

Placez en ordre croissant les éléments des ensembles suivants:

1. {12, 3, 0, 18, 124}. _____

2. {200, 2000, 20, 2}. _____

3. {14, 18, 4, 8}. _____

3-3.2 L'ORDRE DÉCROISSANT

Dans l'énumération des éléments d'un sous-ensemble de $\mathbb{N}$, si chaque entier nommé est toujours suivi par un entier du sous-ensemble qui lui est immédiatement inférieur, nous disons que ces nombres entiers sont placés en *ordre décroissant*.

EXEMPLE 1

B = {18, 7, 3, 1, 0} est un sout-ensemble de $\mathbb{N}$ dont les éléments sont écrits dans un ordre décroissant, car:

- 7 est inférieur à 18 et supérieur à 3, 1 et 0,
- 3 est inférieur à 7 et supérieur à 1 et 0,
- 1 est inférieur à 3 et supérieur à 0,
- 0 est inférieur à 1.

L'expression "7 est inférieur à 18" se dit aussi:

"7 est plus petit que 18"

et, pour le symboliser, nous utilisons la notation suivante: $7 < 18$.

D'une façon générale, lorsque a et b sont des entiers naturels, nous écrivons $a < b$ si a *est inférieur à* b.

EXEMPLE 2

Plaçons en ordre décroissant les nombres naturels suivants:

18, 34, 72, 1, 100, 0, 29.

SOLUTION

Nous plaçons d'abord le nombre le plus grand, soit: 100.
Nous plaçons ensuite l'entier inférieur à 100 qui est le plus grand parmi ceux qui restent, soit: 100, 72
En répétant ce procédé pour chacun des éléments, nous obtenons:

100, 72, 34, 29, 18, 1, 0.

EXERCICE 4

Parmi les trois ensembles suivants, quel est celui dont les éléments sont écrits en ordre décroissant?

Inscrivez votre réponse dans le cercle de droite.

A = {14, 12, 13, 11, 15, 10}

B = {111, 11, 1}

C = {2, 22, 222}.

EXERCICE 5

Examinez les ensembles ci-dessous. Dans le cercle de droite, inscrivez la lettre D si les nombres sont énumérés dans un ordre décroissant, ou la lettre C si les nombres sont énumérés dans un ordre croissant.

1. M = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}. ◯
2. O = {2, 1}. ◯
3. P = {14, 7, 0}. ◯
4. W = {1, 10, 11, 100}. ◯
5. R = {1, 0}. ◯

EXERCICE 6

1. Donnez la description en compréhension de l'ensemble suivant:

   {0, 1, 2, 3, 4, ...}.

   _____

2. Par quelle lettre le désigne-t-on?

   _____

EXERCICE 7

Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

Indiquez V ou F dans le cercle.

1. $\{0, 1, 2\} \subseteq \mathbb{N}$ ○
2. $\{0, 1, 2\} \not\in \mathbb{N}$ ○
3. $\{0, 1, 2\} \not\subseteq \mathbb{N}$ ○
4. $184 \in \mathbb{N}$ ○
5. $192 \subseteq \mathbb{N}$ ○
6. $0 \in \mathbb{N}$ ○

3-4 LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES NOMBRES NATURELS

Nous connaissons maintenant l'ensemble des nombres naturels et son symbole $\mathbb{N}$. De plus, nous avons utilisé à plusieurs reprises, la description en extension de $\mathbb{N}$: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Il existe cependant une autre façon de décrire l'ensemble $\mathbb{N}$; elle consiste à représenter graphiquement les éléments de $\mathbb{N}$ par des points sur une droite appelée: *droite numérique*.

Voyons comment nous pouvons y arriver.

3-4.1 LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE $\mathbb{N}$

Traçons une longue droite orientée comme celle-ci:

Fig. 3-1 Droite orientée

et dessinons un trait à un endroit quelconque sur cette droite; ce trait détermine l'emplacement de l'origine 0. A cette origine correspond le nombre 0.

Fig. 3-2 L'origine 0 sur la droite orientée

Prenons un compas et écartons les pointes d'une longueur de notre choix; cette longueur choisie s'appelle une unité de mesure. Parce qu'elle peut varier d'un individu à l'autre, nous disons que cette unité est arbitraire.

À l'aide du compas et de cette unité de mesure, traçons un trait à droite de 0; ce nouveau trait représente l'emplacement du nombre 1.

Fig. 3-3 Emplacement du nombre 1

Reportons ainsi l'unité de longueur choisie autant de fois que nous le pouvons, en allant toujours de la gauche vers la droite.

Les traits ainsi obtenus marquent l'emplacement des entiers 2, 3, 4, ... dans un ordre croissant.

Nous obtenons la droite numérique:

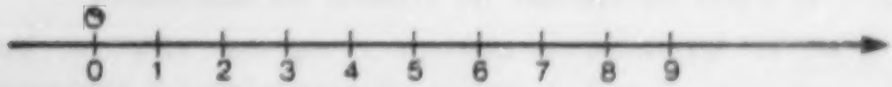


Fig. 3-4 La droite numérique

Puisque les nombres sont placés de gauche à droite dans un ordre croissant, nous disons que la droite numérique est orientée positivement.

Pour représenter tous les éléments de $\mathbb{N}$, nous plaçons des points sur chacun des traits de la droite numérique,

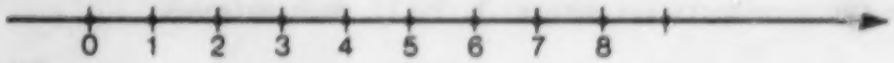


Fig. 3-5 Représentation graphique de $\mathbb{N}$

nous obtenons ainsi la représentation graphique de l'ensemble $\mathbb{N}$.

Note. Nous remarquons à la Figure 3-5 que le dernier point n'est pas identifié. Ce procédé sert à indiquer que l'énumération continue indéfiniment.

3-4.2 LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES SOUS-ENSEMBLES DE $\mathbb{N}$

Nous venons de voir comment représenter l'ensemble $\mathbb{N}$ sur la droite numérique. À l'aide de cette même droite numérique, nous pouvons également représenter les sous-ensembles de $\mathbb{N}$ en ne dessinant des points que sur les traits représentant les éléments des sous-ensembles donnés.

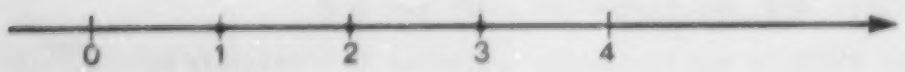
EXEMPLE 1

Soit $P = \{1, 2, 3\}$.

Représentons P graphiquement sur la droite numérique.

SOLUTION

Traçons une droite numérique et dessinons des points sur les traits de la droite correspondants aux nombres 1, 2, 3. Nous obtenons:



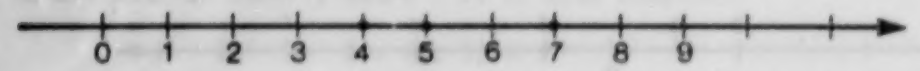
Sur la droite numérique, seuls les éléments de P ont été mis en évidence à l'aide d'un point. Ainsi, les traits où il n'y a pas de points ne représentent pas des éléments de P.

EXEMPLE 2

Représentons M = (4, 5, 7) sur une droite numérique.

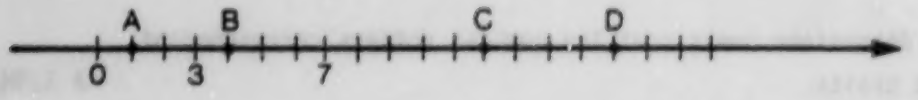
SOLUTION

Traçons une droite numérique et dessinons des points sur les traits correspondants à l'emplacement des nombres 4, 5 et 7. Nous obtenons:



EXEMPLE 3

Quel est le sous-ensemble de N représenté sur le graphique suivant?



SOLUTION

Nous devons déterminer quels sont les nombres entiers correspondants à chacun des traits. Comme il y a trois intervalles réguliers entre 0 et 3, chaque intervalle représente un entier. Le premier point à droite de 0 représente donc l'entier 1, soit A = 1.

Le point à droite de 3 représente l'entier 4, soit B = 4.

Le troisième point est placé 5 unités après l'entier 7. Il représente donc 12, soit C = 12.

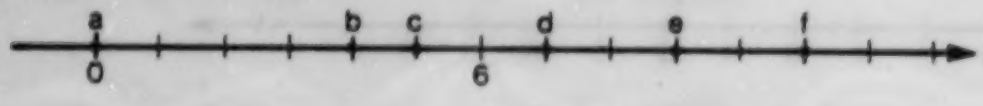
Enfin, le quatrième point est situé 4 unités à droite de 12. Il représente donc le nombre 16, soit D = 16.

Ainsi, le sous-ensemble représenté sur ce graphique est:

(1, 4, 12, 16).

EXEMPLE 4

À quel sous-ensemble de $\mathbb{N}$ correspond l'ensemble
A = {a, b, c, d, e, f} représenté sur le graphique suivant:



SOLUTION

Nous utilisons la même méthode que pour l'exemple 3.

Nous devons déterminer quels sont les nombres entiers correspondant à chacun des traits.

Comme il y a six intervalles réguliers entre 0 et 6, chaque intervalle vaut un entier.

Puisque le point b est sur le trait qui suit le quatrième intervalle, nous avons: b = 4.

Le point c suit b, alors: c = 5.

Nous trouvons ainsi que: d = 7, e = 9, f = 11.

Nous remarquons facilement que a = 0.

Nous pouvons alors écrire: A = (0, 4, 5, 7, 9, 11).

EXEMPLE 5

Représentons le sous-ensemble suivant des nombres naturels:

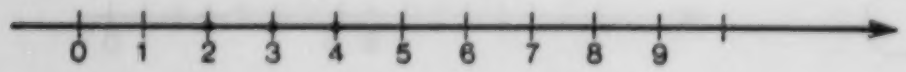
$B = \{x | x \text{ est un nombre naturel compris entre 1 et 5}\}$.

SOLUTION

Déterminons en premier les éléments de l'ensemble B. Puisque x est un nombre naturel compris entre 1 et 5, nous obtenons:

$$B = \{2, 3, 4\}.$$

Reprenons maintenant la méthode utilisée à l'exemple 1 et représentons graphiquement l'ensemble B. Nous obtenons:

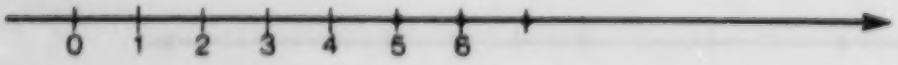


EXEMPLE 6

Représentons sur la droite numérique les nombres naturels supérieurs à 4.

SOLUTION

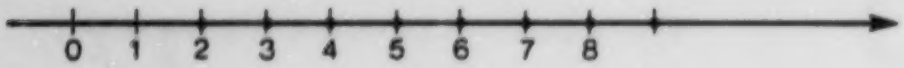
Nous obtenons le graphique suivant:



car nous savons que les nombres naturels supérieurs à 4 sont tous les nombres qui sont à la droite de 4 sur la droite numérique. Comme l'énumération continue indéfiniment, le dernier point n'est pas identifié.

EXEMPLE 7

Quel est l'ensemble M représenté sur la droite numérique ci-dessous?



SOLUTION

M est l'ensemble des nombres naturels supérieurs à 1, car les nombres représentés sont tous les nombres qui sont à la droite de 1 sur la droite numérique.

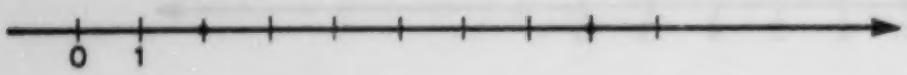
EXERCICE 8

Sur une droite numérique, représentez graphiquement l'ensemble:

$$A = \{1, 3, 5, 7\}.$$

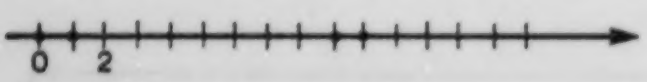
EXERCICE 9

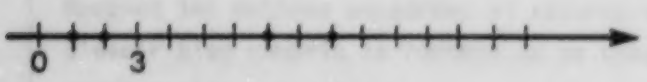
Quel est le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ représenté graphiquement ci-dessous?

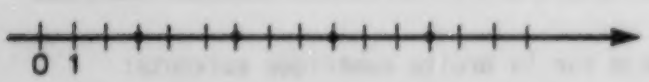


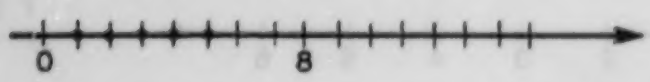
EXERCICE 10

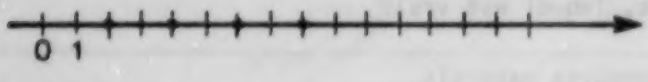
Soit les graphiques suivants:

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

Associez chaque graphique à un des ensembles donnés ci-dessous en inscrivant dans le cercle la lettre de l'ensemble correspondant.

A) {1, 2, 3, 4, 5} B) {2, 4, 6, 8}

C) {3, 6, 9, 12} D) {1, 2, 7, 9}

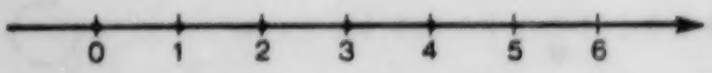
E) {0, 1, 9, 10}

EXERCICE 11

Représentez sur la droite numérique l'ensemble M des nombres naturels compris entre 2 et 10.

EXERCICE 12

Soit P l'ensemble représenté sur la droite numérique suivante:



Parmi les énoncés suivants, lequel est vrai?

A) P est l'ensemble des nombres naturels.

B) P est l'ensemble des nombres naturels compris entre 0 et 5.

C) P est l'ensemble des nombres naturels inférieurs à 5.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

Vous voilà rendu aux exercices récapitulatifs. Revoyez les notions encadrées et assurez-vous d'avoir bien compris le contenu de ce chapitre avant d'aller plus loin.

EXERCICE 1

1. Comment symbolise-t-on qu'un objet a appartient à l'ensemble E?

2. Comment symbolise-t-on qu'un objet a n'appartient pas à l'ensemble E?

3. Soit R = {Paul, Marie, Louis, Denise, Jacques}.

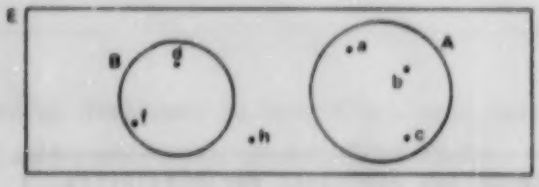
   Inscrivez V ou F dans le cercle selon que la proposition est vraie ou fausse.

   a) Joseph $\in$ R. ○ b) Paul $\in$ R. ○

   c) Marie $\in$ R. ○ d) Jacques $\notin$ R. ○

   e) Marie $\notin$ R. ○ f) Pierre $\notin$ R. ○

4. Considérez les ensembles représentés par le diagramme suivant:



Complétez les propositions suivantes en utilisant le symbole d'appartenance ou de non-appartenance.

a ... A	d ... A	h ... B
b ... A	f ... B	c ... B

EXERCICE 2

1. Nommez les trois façons de représenter un ensemble.

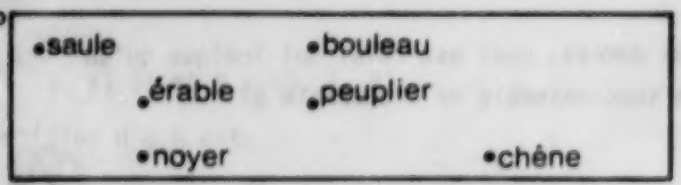
2. Soit C = {fleurs, arbre, soleil}.
   Cet ensemble est défini:
   A) en extension, B) en compréhension,
   C) par un diagramme.

3. Représentez en extension l'ensemble E des mois de l'année commençant par un voyelle.

4. Représentez en compréhension l'ensemble E = {déjeuner, dîner, souper}.

5. Représentez par un diagramme de Venn l'ensemble suivant:
   B = {x|x est une lettre du mot REDONDANCE}.

6. Décrivez en extension l'ensemble P représenté par le diagramme suivant:



7. Soit E = {x|x est une lettre du mot INCLUSION}
   G = {y|y est une lettre du mot ALLUSION}.
   a) Représentez E en extension. _____
   b) Représentez G en extension. _____

c) Représentez E et G par un diagramme de Venn.

EXERCICE 3

1. Parmi les symboles donnés, quel est celui qui représente l'ensemble vide:

   A) { } B) {Ø}

   C) {0} D) 0

2. Parmi les symboles donnés, quel est celui qui indique qu'un ensemble A est un sous-ensemble de l'ensemble B?

   A) ⊄ B) ⊆

   C) ⊈ D) ⊂

3. Parmi les symboles donnés, quel est celui que nous utilisons entre un élément et un ensemble donné?

   A) ⊆ B) ⊂

   C) Ø D) ⊈

4. Inscrivez V ou F, dans le cercle de droite, selon que la proposition est vraie ou fausse.

a) Nous écrivons $\in$ entre un élément et l'ensemble auquel il appartient. ○

b) Nous écrivons $\subseteq$ entre un ensemble et un de ses sous-ensembles. ○

c) Nous pouvons écrire $\in$ entre deux éléments. ○

d) Nous pouvons écrire $\nsubseteq$ entre deux ensembles. ○

5. A est un sous-ensemble de B si:

A) A contient moins d'éléments que B,

B) A contient le même nombre d'éléments que B,

C) Tous les éléments de A sont des éléments de B. ○

EXERCICE 4

1. Soit H = {1, 2, 3} et A = {3, 1, 2}.

La proposition H $\subseteq$ A est:

A) vraie B) fausse ○

2. Soit J = {m, r, p}.

Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie?

A) {m, r} $\in$ J B) {m, r, p} $\in$ J

C) r $\subseteq$ J D) $\emptyset \subseteq$ J ○

3. Soit M = {a, b, c}.
   La proposition $\emptyset \subseteq M$ est:

   A) vraie, B) fausse.

EXERCICE 5

Soit le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ suivant:

$A = \{10, 20, 100, 15, 14, 12, 13, 11\}$.

1. Ordonnez les éléments de A par ordre croissant.

2. Ordonnez les éléments de A par ordre décroissant.

EXERCICE 6

Considérez le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ suivant:

$A = \{1, 2, 5, 10, 11, 15, 20, 25, 30\}$.

1. Trouvez un sous-ensemble de A contenant les nombres pairs de A.

2. Trouvez un sous-ensemble de A contenant les nombres impairs de A.

3. Trouvez un sous-ensemble de A contenant les nombres premiers de A.

EXERCICE 7

Donnez une représentation graphique sur la droite numérique de l'ensemble suivant:

$B = \{2, 5, 7, 8\}$.

EXERCICE 8

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses?
Répondez par V ou F dans le cercle.

1. $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ ○
2. $(1) \subseteq \mathbb{N}$ ○
3. $5 \subseteq \mathbb{N}$ ○
4. $(1, 0) \subseteq \mathbb{N}$ ○
5. $\emptyset \notin \mathbb{N}$ ○
6. $\{6\} \notin \mathbb{N}$ ○

EXERCICE 9

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses?
Répondez par V ou F dans le cercle.

1. $1 < 30$ ○
2. $18 > 14$ ○
3. $5 < 3$ ○
4. $110 > 111$ ○

EXERCICE 10

Exprimez en compréhension le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ représenté sur le graphique suivant.

EXERCICE 11

Représentez graphiquement l'ensemble suivant:

$B = \{x | x$ est un nombre naturel supérieur à 6$\}$.

Vous pouvez maintenant rédiger le devoir 1.

CORRIGÉ DES EXERCICES

PREMIÈRE LEÇON

EXERCICE 1

Les éléments de l'ensemble C sont: Europe, Asie, Afrique, Amérique, Océanie.

1. Vraie car Europe est un élément de C.
2. Vraie car Amérique est un élément de C.
3. Vraie car Québec n'est pas un élément de C.
4. Fausse car Asie est un élément de C.
5. Fausse car France n'est par un élément de C.

EXERCICE 2

Les éléments de l'ensemble A sont, a, b, c, d, e, f, g, ...

1. $c \in A$
2. $2 \notin A$
3. $d \in A$
4. $e \in A$
5. $4 \notin A$
6. $h \in A$

EXERCICE 3

1. J = {lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi, dimanche}
2. A = {avril, juin, septembre, novembre}
3. M = {a, e, i, u}

EXERCICE 4

1. Il faut séparer les éléments par une virgule.

   $B = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right\}$

2. Il faut placer les éléments à l'intérieur d'accolades.

   E = {1, 2, 3, 4, 5}

3. Il faut éliminer la répétition de l'élément accolade.

   A = {accolade, virgule}

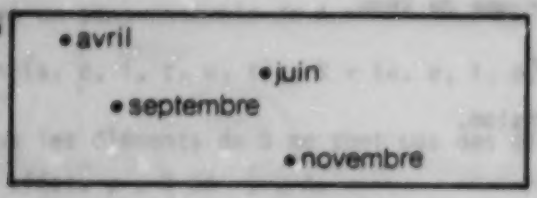
EXERCICE 5

1. E = {x|x est une note de la gamme}
2. S = {y|y est un mois de 31 jours}
3. M = {z|z est un doigt de la main}
4. G = {x|x est un sens du corps humain}
5. I = {z|z est une saison de l'année}

EXERCICE 6

1. G = {do, ré, mi, fa, sol, la, si}
2. E = {i, m, p, s}
3. P = {1 cent, 5 cents, 10 cents, 25 cents, 50 cents}

EXERCICE 7



EXERCICE 8

EXERCICE 9

B = {x|x est une note de la gamme}

EXERCICE 10

M = {vue, ouïe, odorat, toucher, goût}

EXERCICE 11

1. B est représenté en compréhension.
2. M est représenté en extension.
3. Z est représenté par un diagramme de Venn.

EXERCICE 12

1. A est représenté par un diagramme de Venn.
2. X est représenté en extension.
3. Z est représenté en compréhension.

EXERCICE 13

E = { } ou E = Ø car il n'y a aucune consonne dans le mot EAU.

EXERCICE 14

V = { } ou V = Ø car il n'y a aucun élément appartenant à M qui appartienne aussi à N.

DEUXIÈME LEÇON

EXERCICE 1

M = {9, 12},

P = {2, 3},

N = {4},

R = {6, 7, 8}.

EXERCICE 2

B n'est pas un sous-ensemble de A.

On a: $A = \{a, e, i, o, u, s\}$, $B = \{a, e, i, o, u, y\}$.

Note: Tous les éléments de B ne sont pas des éléments de A.
En effet, $y \in B$ et $y \notin A$.

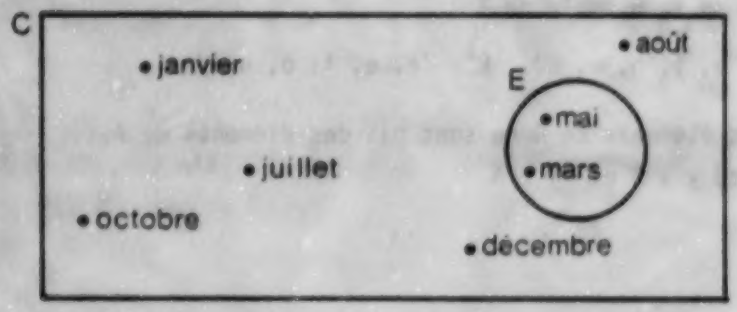
EXERCICE 3

1. $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$
2. $4 \in \mathbb{N}$
3. $\{4, 5, 6\} \subseteq \mathbb{N}$
4. $100 \in \mathbb{N}$
5. $\{100\} \subseteq \mathbb{N}$
6. $\{3, 4, 5, 6, 7\} \subseteq \mathbb{N}$
7. $\{\ \} \subseteq \mathbb{N}$
8. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right\} \not\subseteq \mathbb{N}$
9. $0 \in \mathbb{N}$
10. $\{0\} \subseteq \mathbb{N}$

EXERCICE 4

1. V
2. V
3. F car $5 \in E$ et $5 \notin M$
4. F car $B \subseteq M$
5. V
6. F car $3 \in A$ et $3 \in B$

EXERCICE 5



EXERCICE 6

1. $\subseteq$
2. $\subseteq$
3. $\subseteq$
4. $\subseteq$
5. $\subseteq$
6. $\subseteq$

EXERCICE 7

{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 3}, {2, 4}, {3, 4} sont tous des sous-ensembles qui contiennent deux éléments de A.

EXERCICE 8

1. F
2. V
3. F
4. F
5. V
6. V
7. V
8. V
9. V
10. V

TROISIÈME LEÇON

EXERCICE 1

Il y a 8 possibilités; ce sont les ensembles: $\{\ \}$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$.

EXERCICE 2

1. F
2. V
3. V
4. F
5. V
6. V

EXERCICE 3

1. $\{0, 3, 12, 18, 124\}$
2. $\{2, 20, 200, 2000\}$
3. $\{4, 8, 14, 18\}$

EXERCICE 4

B

EXERCICE 5

1. C
2. D
3. D
4. C
5. D

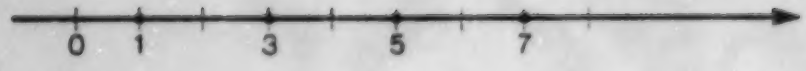
EXERCICE 6

1. {x|x est un nombre naturel}
2. $\mathbb{N}$

EXERCICE 7

1. V
2. V
3. F
4. V
5. F car $192 \notin \mathbb{N}$
6. V

EXERCICE 8



EXERCICE 9

Le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ est {2, 8}.

EXERCICE 10

1. E
2. D
3. C
4. A
5. B

EXERCICE 11

En suivant la méthode utilisée pour l'exemple 5, nous obtenons la figure suivante:

EXERCICE 12

L'énoncé C est vrai, car nous avons l'ensemble {0, 1, 2, 3, 4}.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

EXERCICE 1

1. $a \in E$
2. $a \notin E$
3. a) F b) V
   c) V d) F
   e) F f) V
4. On a: $a \in A$ $d \notin A$ $h \notin B$
   $b \in A$ $f \in B$ $c \notin B$

EXERCICE 2

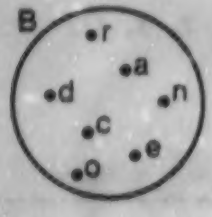
1. Un ensemble peut se représenter en extension, en compréhension ou par un diagramme de Venn.

2. A

3. E = {avril, août, octobre}.

4. E = {x|x est un repas de la journée}.

5.

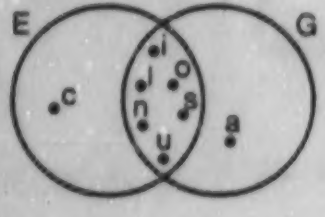


6. P = {érable, chêne, noyer, bouleau, peuplier, saule}.

7. a) E = {i, n, c, l, u, s, o}

   b) G = {a, l, u, s, i, o, r}

   c)



EXERCICE 3

1. A
2. B
3. B
4. a) V b) V c) F d) V
5. C

EXERCICE 4

1. A
2. D
3. A, car l'ensemble vide est toujours inclus dans un ensemble donné.

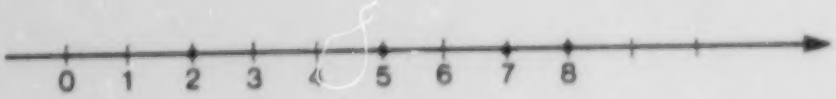
EXERCICE 5

1. A = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 100}
2. A = {100, 20, 15, 14, 13, 12, 11, 10}

EXERCICE 6

1. {2, 10, 20, 30} car 2, 10, 20 et 30 sont divisibles par 2, sans reste.
2. {1, 5, 11, 15, 25} car 1, 5, 11, 15, 25 donnent 1 comme reste, après division par 2.
3. {2, 5, 11} car 2, 5 et 11 ont exactement 2 diviseurs.

EXERCICE 7



EXERCICE 8

1. F
2. V
3. F
4. V
5. F
6. F

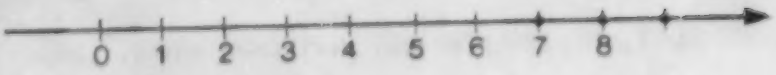
EXERCICE 9

1. V
2. V
3. F
4. F

EXERCICE 10

{x|x est un nombre naturel supérieur à 4}

EXERCICE 11



FIN

CHAPITRE 2

LES QUATRE OPÉRATIONS DANS N

OBJECTIF TERMINAL

RÉSOUDRE des problèmes de la vie courante faisant intervenir les quatre opérations arithmétiques, ces opérations étant effectuées sur les nombres naturels.

SOMMAIRE

Première leçon: La valeur relative des nombres dans N	98
Deuxième leçon: L'addition dans N	113
Troisième leçon: La soustraction dans N	131
Quatrième leçon: La multiplication dans N	143
Cinquième leçon: La division dans N	157
Sixième leçon: Les facteurs d'un nombre	183
Septième leçon: Les problèmes de la vie courante	199
Exercices récapitulatifs	207
Corrigé des exercices	215

PREMIÈRE LEÇON

LA VALEUR RELATIVE DES NOMBRES DANS $\mathbb{N}$

OBJECTIF

IDENTIFIER dans un nombre de dix chiffres ou moins, les chiffres qui représentent les unités, les dizaines, les centaines, etc.

ÉCRIRE en chiffres un nombre donné en lettres, ce nombre étant inférieur à un milliard.

1-0 INTRODUCTION

Nous connaissons bien, maintenant, l'ensemble $\mathbb{N}$. Nous savons qu'il existe une infinité de nombres naturels, que nous pouvons composer en n'utilisant que les dix chiffres du système décimal: 0, 1, 2, ..., 9.

Dans ce chapitre, nous allons procéder à l'étude des quatre opérations sur les nombres naturels. Nous allons aussi résoudre des problèmes de la vie courante faisant appel à ces quatre opérations.

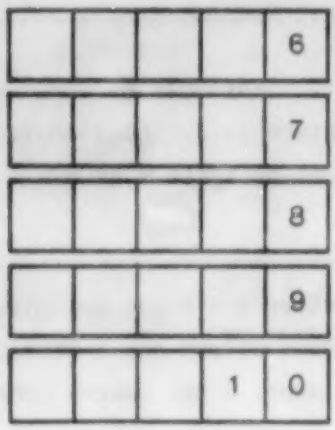
Dans la première leçon, nous apprendrons à comparer les nombres naturels. Pour ce faire, nous allons étudier comment la valeur des chiffres d'un nombre dépend de leurs positions dans le nombre.

1-1 LA VALEUR DE POSITION D'UN CHIFFRE DANS UN NOMBRE

Si votre chèque de paie pour 15 jours de travail est de 431,00 $, vous n'aimeriez sûrement pas que votre patron renverse l'ordre des chiffres pour inscrire à la place 134,00 $. De même, si votre âge est 24 ans, vous ne toléreriez pas qu'on inscrive 42 ans. Car dans 24, le 2 est plus important que le 4, et vous exigeriez, avec raison, qu'on le place en premier, suivi du 4.

C'est donc dire la très grande importance de la position des chiffres dans un nombre.

Lorsque nous sortons notre automobile neuve de chez le concessionnaire, un coup d'oeil à l'odomètre (cadran qui indique le nombre de kilomètres parcourus) nous permet de compter les kilomètres au fur et à mesure que nous roulons: 5, 6, 7, 8 unités, soit 5, 6, 7, 8 kilomètres, et bientôt 10 unités, soit 10 kilomètres, c'est-à-dire une dizaine de kilomètres.



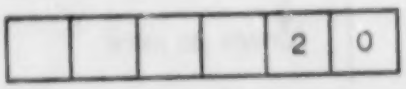
Nous utilisons déjà 2 cases de notre cadran. Si nous roulons toujours, nous verrons apparaître 11, 12, 13, etc.

La case à l'extrême droite de notre odomètre tourne toujours, donc le nombre d'unités augmente.

Par contre, la case voisine, à gauche, reste à 1.

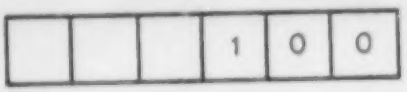
Nous pouvons parcourir ainsi une dizaine et 4 unités, soit 14 kilomètres, 1 dizaine et 5 unités, soit 15 kilomètres, ou 1 dizaine et 9 unités, soit 19 kilomètres.

Et puis vient bientôt la 2^{e} dizaine de kilomètres, c'est-à-dire 20 unités, soit 20 kilomètres.



Arrêtons-nous à 27 kilomètres, soit 2 dizaines et 7 unités. Le chiffre 2 de ce nombre indique, par sa position, 20 kilomètres ou 2 dizaines de kilomètres. Le chiffre 7 lui, n'indique que 7 unités.

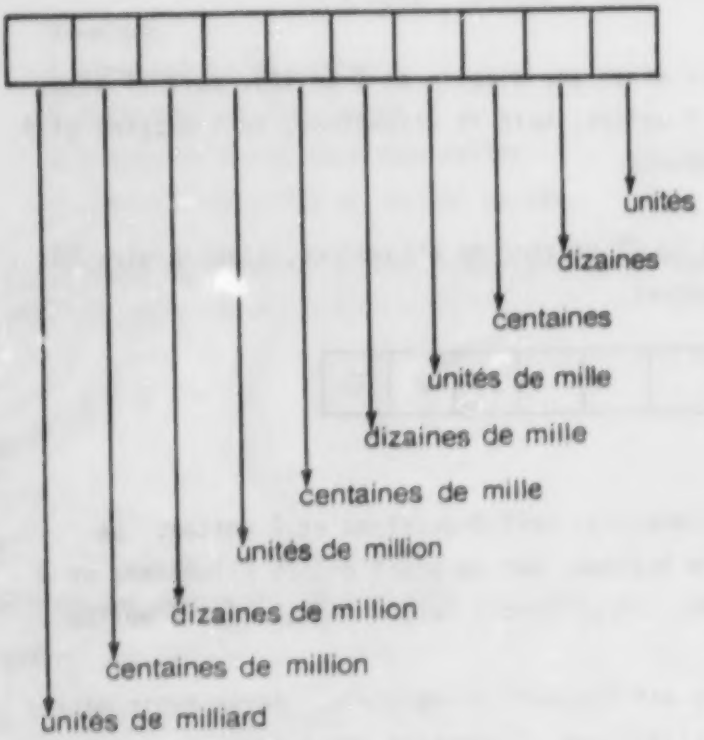
La position du chiffre est toujours primordiale. Après avoir parcouru 10 dizaines de kilomètres, l'odomètre indiquera:



Ici le chiffre 1, par sa position, exprime une grande quantité: une centaine de kilomètres, ou l'équivalent de 10 dizaines ou de 100 unités.

Comme nous venons de le voir avec les unités, les dizaines et les centaines, à chaque position d'un chiffre dans un nombre correspond un nom précis.

Ainsi, en allant de la droite vers la gauche, nous avons les noms suivants:



EXEMPLE 1

Soit le nombre 34 258.

Selon sa position, chaque chiffre de 34 258, peut se lire ainsi de droite à gauche:

8 unités
5 dizaines ou 50 unités
2 centaines ou 200 unités
4 unités de mille ou 4 000 unités
3 dizaines de mille ou 30 000 unités.

Le 3 est évidemment le chiffre le plus important de ce nombre, puisqu'à lui seul il représente 30 000 unités.

EXEMPLE 2

Indiquons

a) le chiffre des centaines dans 3 456;

b) le chiffre des unités dans 1 432;

c) le chiffre des dizaines dans 7 394;

d) le chiffre des unités de mille dans 143 278;

e) le chiffre des dizaines de mille dans 1 943 261.

SOLUTION

a) 4 b) 2 c) 9

d) 3 e) 4.

EXERCICE 1

Soit le nombre 24 516.

Selon sa position, chaque chiffre de 24 516 peut se lire ainsi de droite à gauche:
(Indiquer par V ou F, si les propositions suivantes sont vraies ou fausses)

a) 6 dizaines ou 60 unités

b) 1 dizaine ou 10 unités

c) 5 centaines ou 500 unités

d) 4 centaines de mille ou 400 000 unités

e) 2 dizaines de mille ou 20 000 unités

EXERCICE 2

1) Indiquez le chiffre des dizaines dans les nombres suivants:

a) 18 _____ b) 37 _____

c) 184 _____ d) 1 280 _____

2) Quel chiffre représente les unités de mille dans les nombres suivants?

a) 3 456 _____ b) 12 384 _____

c) 9 844 _____ d) 127 354 _____

EXERCICE 3

Dans 1 293, quel chiffre désigne

a) les dizaines? _____ b) les unités? _____

c) les centaines? _____ d) les unités de mille? _____

EXERCICE 4

Quel chiffre représente les unités dans les nombres suivants?

a) 234 _____ b) 1 248 _____

c) 2 134 _____ d) 6 597 _____

EXERCICE 5

Dans les nombres suivants, quel est le chiffre qui représente les dizaines?

a) 190 _____ b) 220 _____

c) 102 _____ d) 734 _____

EXERCICE 6

Dans les nombres suivants, indiquez le chiffre le plus important et donnez-en la raison:

1. 19 _____

2. 27 _____

3. 125 _____

4. 39 762 _____

1-2 LA LECTURE D'UN NOMBRE NATUREL

Maintenant que nous savons lire chaque chiffre selon sa position, voyons comment lire le nombre lui-même.

Dans 80, le chiffre 0 désigne les unités, par contre, il y a 8 dizaines, ce qui représente 80 unités. Nous avons donc 80 unités en tout.

Donc, 80 = 8 dizaines et 0 unité ou 80 unités au total.

De même,

64 = 6 dizaines et 4 unités ou 64 unités au total.

52 = 5 dizaines et 2 unités ou 52 unités au total.

32 = 3 dizaines et 2 unités ou 32 unités au total.

79 = 7 dizaines et 9 unités ou 79 unités au total.

EXERCICE 7

Partagez en dizaines et en unités les nombres suivants:

1. 72 _____ 2. 19 _____

3. 84 _____ 4. 25 _____

EXERCICE 8

Dites combien d'unités au total contiennent les nombres suivants:

1. 39 _____ 2. 69 _____

3. 81 _____ 4. 99 _____

Comme nous venons de le voir dans les exemples et exercices précédents, nous pouvons lire tous les nombres de plusieurs façons.

Prenons comme exemple, un chèque de 342,00 $. Il peut nous être échangé de plusieurs façons. La caissière peut nous remettre:

- 342 fois 1,00 $

ou

- 34 fois 10,00 $ plus 2 fois 1,00 $

ou

- 3 billets de 100,00 $, 4 billets de 10,00 $ et 2 billets de 1,00 $.

Le nombre 342 peut donc se lire de 3 façons, puisqu'il contient:

- 342 unités
- 34 dizaines et 2 unités
- 3 centaines, 4 dizaines et 2 unités.

Note. Il faut se rappeler qu'une centaine représente 10 dizaines.

EXEMPLE 1

Lisons 2 704 de différentes façons.

SOLUTION

Il y a quatre façons de lire 2 704, en effet, nous pouvons dire que le nombre 2 704 contient:

- 2 unités de mille, 7 centaines, 0 dizaine et 4 unités

- 27 centaines, 0 dizaine et 4 unités
- 270 dizaines et 4 unités
- 2 704 unités.

EXEMPLE 2

Quel nombre peut-on former avec 5 centaines, 9 dizaines, 3 unités?

SOLUTION

Nous pouvons former le nombre 593 qui contient bien: 5 centaines, 9 dizaines, 3 unités.

EXEMPLE 3

Quel nombre peut-on former avec 3 centaines, 0 dizaine, 5 unités?

SOLUTION

Nous pouvons former le nombre 305 qui contient bien: 3 centaines, 0 dizaine, 5 unités.

EXEMPLE 4

Quel nombre peut-on former avec 15 centaines et 51 unités?

SOLUTION

Nous pouvons former le nombre 1 551, qui contient bien: 15 centaines et 51 unités.

EXERCICE 9

Lisez les nombres suivants de différentes façons:

1. 7 240 _____

_____

_____

_____

2. 9 152 _____

_____

_____

_____

EXERCICE 10

Quel nombre peut-on former avec:

1. 3 centaines, 7 unités, 9 dizaines? _____
2. 6 unités, 9 dizaines, 4 unités de mille, 3 centaines? _____
3. 43 dizaines, 5 unités? _____
4. 12 centaines, 36 unités? _____
5. 5 unités de mille, 4 unités, 6 dizaines? _____

EXERCICE 11

Donnez 3 façons qu'une caissière pourrait utiliser pour échanger un chèque de 436,00 $.

_____

_____

_____

EXERCICE 12

Soit le nombre 3 458: combien contient-il

a) d'unités? _____

b) de dizaines? _____

c) de centaines? _____

1-3 L'ÉCRITURE D'UN NOMBRE EN CHIFFRES OU EN LETTRES

Nous pouvons écrire un nombre en chiffres ou en lettres. Les deux méthodes sont très utiles et fréquemment employées. Voyons quelques utilisations de ces deux procédés.

Quand nous allons chez un notaire pour passer un contrat, ou quand nous rédigeons des papiers importants: contrat d'achat ou de vente, chèques, reçus, nous avons souvent l'occasion d'écrire les mêmes nombres de deux façons différentes, d'abord en chiffres, puis en lettres.

EXEMPLE 1

Voyons un exemple de chèque:

_____ 19____

Payez à l'ordre de _____ $192,00

-------- Cent quatre-vingt-douze ---------- 00/100 Dollars

Compte d'épargne No _____ _____

EXEMPLE 2

Lors d'achats ou de ventes, nous pourrions rencontrer les cas suivants:

- Cette maison sera vendue 42 800,00 $
  (quarante-deux mille huit cents dollars).
- Cette auto a été payée 6 480,00 $
  (six mille quatre cent quatre-vingts dollars).
- On achètera ce terrain pour 7 915,00 $
  (sept mille neuf cent quinze dollars).

Note. - Vingt et cent prennent un s au pluriel lorsque, étant multipliés, ils ne sont pas suivis d'un autre nombre.

- 1 000 s'écrit mille et reste invariable, quand il désigne un nombre.
- Nous écrivons avec des traits d'union les nombres de 22 à 99 inclusivement. Cependant, vingt et un, trente et un, etc. s'écrivent sans trait d'union.

EXERCICE 13

Écrivez le nombre en chiffres.

1. J'achète cette maison trente mille huit cents dollars. _____

2. Je vends mon auto deux mille deux cent quatre-vingt-dix dollars. _____

3. Le billet gagnant du million de la loterie olympique portait le numéro trois millions six cent cinq mille deux cents soixante-dix-neuf, ce qui s'écrit en chiffres _____

EXERCICE 14

Écrivez en lettres le montant des chèques suivants:

1. _____ 19____

Payez à l'ordre de _____ $ 200,00

_____ 00/100 Dollars

Compte d'épargne No _____ _____

2. _____ 19____

Payez à l'ordre de _____ $1000,00

_____ _____ 00/100 Dollars

Compte d'épargne No _____ _____

3. _____ 19____

Payez à l'ordre de _____ $ 375,00

_____ 00/100 Dollars

Compte d'épargne No _____ _____

DEUXIÈME LEÇON

L'ADDITION DANS N

OBJECTIF

COMPTER par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 jusqu'à 500.

ADDITIONNER oralement une série d'au plus dix nombres d'un chiffre, présentés horizontalement ou verticalement.

ADDITIONNER une série de nombres de dix chiffres ou moins, présentés horizontalement ou verticalement.

2-0 INTRODUCTION

Avec cette deuxième leçon, nous commençons l'étude des opérations dans **N**. Nous verrons d'abord comment compter rapidement par 2, 3, 4, etc., et puis nous ferons l'étude de la première opération arithmétique: l'addition.

2-1 COMPTER PAR 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 OU 10 JUSQU'À 500

On ne peut aborder l'étude des mathématiques sans avoir d'abord appris à compter. Pour cela, il faut se soumettre à un certain entraînement; ainsi compter rapidement par 2, 3, 4, etc., s'apprend facilement et peut être très utile.

Compter par 2 à partir d'un certain nombre, par exemple 5, signifie que nous devons énumérer les nombres suivants:

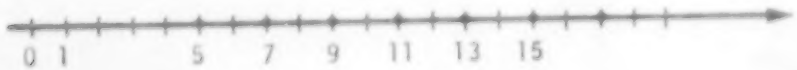
5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

5 est le premier nombre choisi, c'est le point de départ de notre énumération.

7 est le deuxième nombre choisi, car il est le deuxième nombre naturel supérieur à 5 sur la droite numérique.

9 est le troisième nombre choisi, car il est le quatrième nombre supérieur à 5 sur la droite numérique.

En répétant ce procédé, nous obtenons les nombres 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... que nous pouvons représenter sur la droite numérique.



De même, compter par 3 à partir d'un certain nombre, par exemple 4, signifie que nous devons énumérer les nombres suivants:

4, 7, 10, 13, 16, 19, ...

4 est le premier nombre choisi, c'est le point de départ de notre énumération.

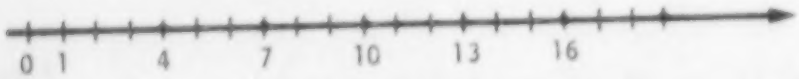
7 est le deuxième nombre choisi, car il est le troisième nombre supérieur à 4 sur la droite numérique.

9 est le troisième nombre choisi, car il est le sixième nombre supérieur à 4 sur la droite numérique.

En répétant ce procédé, nous obtenons les nombres suivants:

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, ...

que nous pouvons représenter sur la droite numérique.



Nous pouvons développer cette méthode pour compter par 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 à partir d'un nombre donné.

EXEMPLE 1

1. Comptons par 2, à partir de 0.

   Nous obtenons:

   0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, ...

2. Comptons par 3, à partir de 0.

   Nous obtenons:

   0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, ...

3. Comptons par 4, à partir de 0.

   Cela donne:

   0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...

4. Comptons par 5, à partir de 0.

Le résultat est:

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

EXEMPLE 2

Comptons par 6 de 16 à 202.

Nous obtenons:

16, 22, 28, 34, 40, 46, 52, 58, 64, 70, 76, 82, 88, 94, 100, 106,
112, 118, 124, 130, 136, 142, 148, 154, 160, 166, 172, 178, 184,
190, 196, 202.

EXERCICE 1

Comptez par 3, de 0 à 200.

EXERCICE 2

Comptez par 5, de 0 à 200.

EXERCICE 3

Comptez par 6, de 6 à 200.

EXERCICE 4

Comptez par 7, de 7 à 203.

EXERCICE 5

Comptez par 7, de 13 à 97.

EXERCICE 6

Comptez par 5, de 36 à 101.

EXERCICE 7

Comptez par 8, de 112 à 200.

EXERCICE 8

Comptez par 3, de 301 à 400.

Nous pouvons aussi compter à rebours, c'est-à-dire notre nombre de départ peut être supérieur à notre nombre d'arrivée.

EXEMPLE 3

Comptons par 7 de 200 à 4.

SOLUTION

200, 193, 186, 179, 172, 165, 158, 151, 144, 137, 130, 123, 116, 109, 102, 95, 88, 81, 74, 67, 60, 53, 46, 39, 32, 25, 18, 11, 4.

EXERCICE 9

Comptez par 5 de 150 à 0.

2-2 L'ADDITION ORALE DANS $\mathbb{N}$

Nous savons déjà qu'additionner deux ou plusieurs nombres, c'est les ajouter l'un à l'autre; le résultat obtenu s'appelle la *somme*.

Considérons l'addition suivante:

$$8 + 5 + 4 + 9 + 1 + 7 + 6 + 2 + 3 + 5.$$

Lorsque les nombres à additionner n'ont qu'un chiffre, nous pouvons les additionner oralement, c'est-à-dire calculer la somme mentalement, sans rien écrire d'autre que la réponse.

EXEMPLE

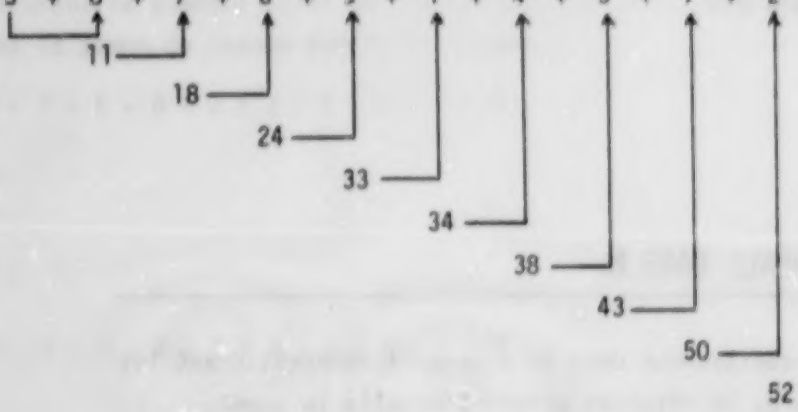
Trouvons oralement la somme de chacune des additions suivantes:

1. $3 + 8 + 7 + 6 + 9 + 1 + 4 + 5 + 7 + 2.$

2. $9 + 4 + 6 + 3 + 2 + 7 + 1 + 8 + 5 + 6.$

SOLUTION

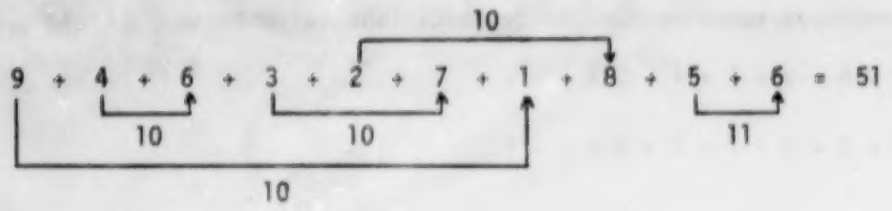
1. 3 + 8 + 7 + 6 + 9 + 1 + 4 + 5 + 7 + 2 = 52



2. Nous pouvons intervertir l'ordre dans une addition: c'est une propriété de l'addition appelée la "*commutativité*". De plus, nous pouvons grouper les termes comme nous voulons; cette propriété est appelée "*l'associativité*" de l'addition dans **N**.

   En regroupant le plus possible, les nombres dont le total est 10, nous simplifions notre travail. Comme notre but est d'additionner rapidement, nous pouvons effectuer ces regroupements à l'aide de flèches, sans récrire l'addition.

   Essayons cette méthode avec l'addition en 2.



EXERCICE 10

En employant la commutativité et l'associativité de l'addition, trouvez la somme de chaque addition suivante:

1. 6 + 7 + 9 + 8 + 2 + 3 + 5 + 4 + 7 + 9

2. 1 + 3 + 7 + 8 + 3 + 9 + 6 + 5 + 4 + 2

3. 3 + 7 + 2 + 4 + 9 + 5 + 6 + 7 + 5 + 9

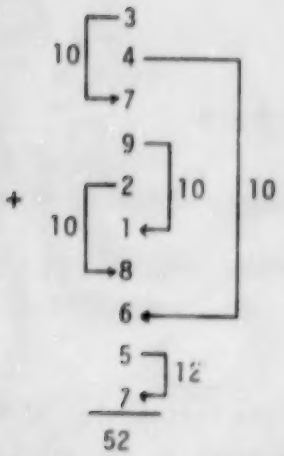
Cette méthode peut être aussi utilisée lorsque les additions sont placées verticalement; il s'agit toujours de grouper les nombres pour avoir, le plus possible, des sommes égales à 10.

EXEMPLE

Trouvons la somme:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \\ +\ 2 \\ 1 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \\ \underline{7} \end{array}$$

SOLUTION



EXERCICE 11

Faites les 4 additions suivantes de haut en bas, puis pour vérifier vos réponses, reprenez de bas en haut: finalement, additionnez de nouveau en utilisant la commutativité et l'associativité de l'addition.

1.	2.	3.	4.
6	3	9	5
7	2	1	7
9	9	3	6
1	8	4	9
+ 4	+ 7	+ 8	+ 4
3	4	5	3
2	6	6	1
5	3	7	2
8	5	7	8
4	1	4	5

2-3 L'ADDITION ÉCRITE DANS N

La pratique du calcul oral nous a rendus capables d'additionner rapidement dans N des nombres d'un chiffre.

Cependant, il nous arrive souvent d'avoir à additionner des nombres de plus d'un chiffre. Nous devons alors effectuer une addition écrite; rappelons-nous aussi que pour additionner des nombres formés de deux chiffres, c'est-à-dire des unités et des dizaines, nous devons additionner les unités ensemble et les dizaines ensemble.

EXEMPLE

1.	2.	3.	4.
32	27	80	10
+ 64	+ 71	+ 18	+ 36

SOLUTION

1.	2.	3.	4.
32	27	80	10
+ 64	+ 71	+ 18	+ 36
96	98	98	46

EXERCICE 12

Effectuez les additions suivantes:

1.	2.	3.	4.
65	84	72	81
+ 32	+ 11	+ 25	+ 18

Dans l'exemple précédent, la somme des unités était toujours inférieure à 10. Mais il arrive souvent que la somme des unités soit supérieure ou égale à 10. Rappelons, dans ce cas, comment procéder.

EXEMPLE

Trouvons la somme $\begin{array}{r} 69 \\ +\ 14 \\ \hline \end{array}$

SOLUTION

$\begin{array}{r} 69 \\ +\ 14 \\ \hline \end{array}$ ⌐ 13 ← ⌐

La somme des unités est 13, soit 1 dizaine et 3 unités.

$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 69 \\ +\ 14 \\ \hline 3 \end{array}$

Nous plaçons les 3 unités sous la colonne des unités, et la dizaine au-dessus des dizaines pour pouvoir l'additionner avec les autres dizaines. Nous appelons cela une *retenue*.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 69 \\ +\ 14 \\ \hline 83 \end{array}$$

Nous additionnons les dizaines et nous obtenons 8 dizaines. La somme est donc 83.

EXERCICE 13

Effectuez les additions suivantes:

1. $\begin{array}{r} 37 \\ +\ 54 \\ \hline \end{array}$ 2. $\begin{array}{r} 18 \\ +\ 39 \\ \hline \end{array}$ 3. $\begin{array}{r} 44 \\ +\ 46 \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} 55 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array}$ 5. $\begin{array}{r} 31 \\ +\ 29 \\ \hline \end{array}$ 6. $\begin{array}{r} 73 \\ +\ 18 \\ \hline \end{array}$

7. $\begin{array}{r} 74 \\ +\ 38 \\ \hline \end{array}$ 8. $\begin{array}{r} 85 \\ +\ 19 \\ \hline \end{array}$

Utilisons la même méthode pour additionner des nombres de trois chiffres ou plus.

EXEMPLE

Effectuons l'addition suivante: $\begin{array}{r} 239 \\ +\ 292 \\ \hline \end{array}$

SOLUTION

1) Additionnons les unités $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 239 \\ +\ 292 \\ \hline 1 \end{array}$

2) Additionnons les dizaines

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 239 \\ +\ 292 \\ \hline 31 \end{array}$$

3) Additionnons les centaines

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 239 \\ +\ 292 \\ \hline 531 \end{array}$$

Nous procédons de la même façon chaque fois qu'il y a possibilité de retenue, et même si nous avons plus de 2 nombres à additionner.

EXEMPLE

Trouvons la somme:

$$\begin{array}{r} 2532 \\ +\ 1426 \\ \ \ 825 \\ \ \ \ 42 \\ \hline \end{array}$$

SOLUTION

Remarquons avant d'additionner, que les unités, dizaines, centaines et unités de mille, ont été placées chacune dans leur colonne respective.

Additionnons les unités.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 2532 \\ +\ 1426 \\ \ \ 825 \\ \ \ \ 42 \\ \hline \ \ \ 5 \end{array}$$

Additionnons les dizaines.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 2532 \\ +\ 1426 \\ 825 \\ 42 \\ \hline 25 \end{array}$$

Additionnons les centaines.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 111} \\ 2532 \\ +\ 1426 \\ 825 \\ 42 \\ \hline 825 \end{array}$$

Additionnons les unités de mille

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 111} \\ 2532 \\ +\ 1426 \\ 825 \\ 42 \\ \hline 4825 \end{array}$$

EXERCICE 14

Effectuez les additions suivantes:

1. $\begin{array}{r} 328 \\ +\ 432 \\ \hline \end{array}$

2. $\begin{array}{r} 799 \\ +\ 201 \\ \hline \end{array}$

3. $\begin{array}{r} 7820 \\ +\ 3180 \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} 24\ 325 \\ +\ 64\ 728 \\ \hline \end{array}$

5. $\begin{array}{r} 37\ 932 \\ +\ 62\ 068 \\ \hline \end{array}$

6. $\begin{array}{r} 19\ 201 \\ +\ 5\ 012 \\ 259 \\ 45 \\ \hline \end{array}$

La même méthode peut également s'appliquer à des additions de nombres placées horizontalement.

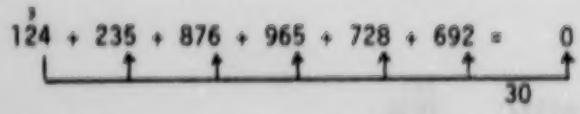
EXEMPLE

Additionnons des nombres disposés horizontalement:

$$124 + 235 + 876 + 965 + 728 + 692$$

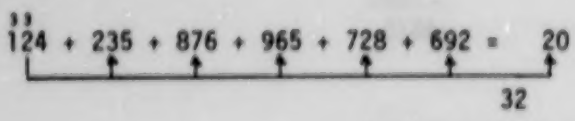
SOLUTION

Additionnons les unités:



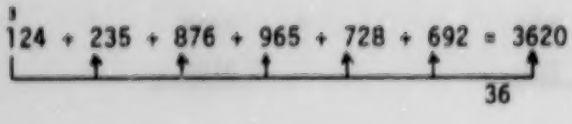
(retenue de 3 dizaines)

Additionnons les dizaines:



(retenue de 3 centaines)

Additionnons les centaines:



La somme est 3620.

EXERCICE 15

Effectuez les additions suivantes:

1. 16 + 24 + 82 + 98 _____ 2. 132 + 278 + 732 _____

3. 50 + 29 + 781 + 350 _____ 4. 2607 + 6492 + 2013 _____

TROISIÈME LEÇON

LA SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$

OBJECTIF

SOUSTRAIRE d'un nombre naturel donné un deuxième nombre naturel donné inférieur au premier.

ÉVALUER une ou des expressions mathématiques contenant à la fois le symbole de l'addition (+), le symbole de la soustraction (-) et des parenthèses ( ).

3-0 INTRODUCTION

Avec cette troisième leçon, nous continuons l'étude des opérations arithmétiques fondamentales dans $\mathbb{N}$: nous verrons la soustraction.

Dans cette opération, la valeur de position des chiffres dans un nombre est particulièrement importante. Ainsi il serait bon pour vous de revoir cette notion avant d'aborder la prochaine section. Nous verrons les deux cas possibles: la soustraction sans emprunt et la soustraction avec emprunt.

3-1 LA SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$

Soustraire deux nombres l'un de l'autre, c'est enlever à un premier nombre la valeur représentée par un deuxième nombre; le résultat s'appelle la *différence*. Nous savons déjà soustraire des nombres formés de deux chiffres.

EXEMPLE

Soustrayons 32 de 84.

SOLUTION

Soustraire 32 de 84 signifie que nous devons enlever 32 unités aux 84 unités représentées par le nombre 84. Pour cela, nous soustrayons d'abord les unités, puis les dizaines:

$$\begin{array}{r} 84 \\ -\ 32 \\ \hline 52 \end{array}$$

PREUVE

$32 + 52 = 84$, c'est bien le nombre que nous avions au début.

Nous pouvons procéder de la même façon avec des nombres formés de plus de 2 chiffres.

EXEMPLE

Votre chèque de paie est d'un montant de 169 $. Vous achetez un fauteuil de 57 $. Combien vous reste-t-il?

SOLUTION

Pour trouver ce qu'il vous reste, vous devez soustraire 57 de 169.

$$\begin{array}{r} 169 \\ -\ 57 \\ \hline 112 \end{array}$$

PREUVE $57 + 112 = 169$.

EXERCICE 1

Effectuez les soustractions suivantes:

1.	2.	3.	4.
$\begin{array}{r} 230 \\ -\ 120 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 397 \\ -\ 275 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 289 \\ -\ 264 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 550 \\ -\ 4\ 550 \\ \hline \end{array}$

Nous disons que les soustractions qui précèdent se font sans emprunt, car il est toujours possible de soustraire chaque chiffre du 2ième nombre de chaque chiffre du 1er nombre.

Revoyons maintenant ce que signifie faire une soustraction avec emprunt.

EXEMPLE 1

J'ai 234 $ et je dépense 125 $. Combien me reste-t-il?

SOLUTION

Nous devons soustraire 125 de 234:

$$\begin{array}{r} 234 \\ -\ 125 \\ \hline \end{array}$$

Soustrayons d'abord les unités, c'est-à-dire soustrayons 5 de 4. Il n'est pas possible d'enlever 5 unités puisqu'il n'y en a que 4. Cependant, les trois dizaines de 34 valent 30 unités. Aussi nous enlevons, ou empruntons, 1 dizaine aux 3 dizaines de 34; il reste 2 dizaines. En ajoutant à 4 les 10 unités empruntées, nous obtenons 14 unités. Nous pouvons leur en enlever 5.

$$\begin{array}{r} 2\ \overset{2}{\not{3}}\ \overset{14}{\not{4}} \\ -\ 1\ 2\ 5 \\ \hline 9 \end{array}$$

Nous terminons la soustraction:

$$\begin{array}{r} 2\ \overset{2}{\not{3}}\ \overset{14}{\not{4}} \\ -\ 1\ 2\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 9 \end{array}$$

PREUVE $125 + 109 = 234$.

EXEMPLE 2

Effectuons la soustraction suivante:

$$\begin{array}{r} 757 \\ -\ 228 \\ \hline \end{array}$$

SOLUTION

$$\begin{array}{r} 7\,\overset{4}{5}\,\overset{1}{7} \\ -\ 228 \\ \hline 529 \end{array}$$

PREUVE $228 + 529 = 757.$

EXERCICE 2

Pour les soustractions suivantes, trouvez la différence et faites la preuve chaque fois.

1. $\begin{array}{r} 24 \\ -\ 19 \\ \hline \end{array}$ 2. $\begin{array}{r} 115 \\ -\ 9 \\ \hline \end{array}$ 3. $\begin{array}{r} 135 \\ -\ 27 \\ \hline \end{array}$ 4. $\begin{array}{r} 238 \\ -\ 129 \\ \hline \end{array}$

Nous procédons de la même façon lorsque les nombres contiennent des centaines, des unités de mille, etc.

EXEMPLE 1

Effectuons la soustraction suivante:

$$\begin{array}{r} 1438 \\ -\ 569 \\ \hline \end{array}$$

SOLUTION

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 0\ 11\ 12} \\ 1\,4\,3\,\not{8} \\ -\ 5\,6\,9 \\ \hline 8\,6\,9 \end{array}$$

PREUVE 569 + 869 = 1 438.

EXEMPLE 2

Trouvons la différence suivante:

$$\begin{array}{r} 4\,0\,0\,6 \\ -\ 2\,4\,3\,9 \end{array}$$

SOLUTION

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 9\ 9} \\ 4\,0\,\not{0}\,6 \\ -\ 2\,4\,3\,9 \\ \hline 1\,5\,6\,7 \end{array}$$

PREUVE 2 439 + 1 567 = 4 006.

EXERCICE 3

Effectuez les soustractions suivantes:

1. $\begin{array}{r} 3\,2\,7 \\ -\ 1\,8\,8 \end{array}$

2. $\begin{array}{r} 5\,5\,0 \\ -\ 3\,7\,0 \end{array}$

3. $\begin{array}{r} 5\,6\,8\,5 \\ -\ 3\,6\,0\,6 \end{array}$

4. 7985 − 5986

5. 7850 − 863

6. 2130 − 1150

7. 4005 − 3628

8. 8003 − 578

9. 5000 − 1234

EXERCICE 4

Dans cet exercice, voyez d'abord attentivement quel nombre doit être soustrait de l'autre, pour que la différence soit élément de **N**.

1. Trouvez la différence entre 292 et 230.

2. Trouvez la différence entre 539 et 800.

3. Soustrayez 320 de 500.

4. Soustrayez 860 de 1 300.

_____

5. De 1 500, retranchez 878.

_____

6. De 3 204, retranchez 2 509.

_____

7. De 4 000, enlevez 2 754.

_____

8. Enlevez 3 458 à 5 000.

_____

EXERCICE 5

De combien le nombre 8 700 dépasse-t-il le nombre 5 376?

_____

3-2 L'ÉVALUATION D'EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES À L'AIDE DE L'ADDITION, DE LA SOUSTRACTION ET DES PARENTHÈSES

Maintenant que nous avons étudié l'addition et la soustraction, voyons comment évaluer des expressions contenant ces deux opérations arithmétiques.

EXEMPLE 1

Évaluons l'expression arithmétique suivante:

$$18 + 2 - 4 + 3 - 10 + 5.$$

SOLUTION

$18 + 2 = 20$

$20 - 4 = 16$

$16 + 3 = 19$

$19 - 10 = 9$

$9 + 5 = 14$

Réponse: 14.

Il suffit donc, tout simplement, de faire les opérations demandées, de gauche à droite, dans l'ordre où elles se présentent.

EXEMPLE 2

Évaluons l'expression mathématique suivante:

$$15 - 2 + 9 - 6 - 4 - 12 + 3 - 1.$$

SOLUTION $15 - 2 = 13$

$13 + 9 = 22$

$22 - 6 = 16$

$16 - 4 = 12$

$12 - 12 = 0$

$0 + 3 = 3$

$3 - 1 = 2$

d'où: $15 - 2 + 9 - 6 - 4 - 12 + 3 - 1 = 2.$

Nous venons de voir avec ces deux exemples, que l'addition et la soustraction ne sont pas plus importantes l'une que l'autre lorsqu'il s'agit de calculer; cependant, lorsque nous voulons qu'une ou plusieurs opérations soient effectuées avant d'autres, nous les plaçons entre parenthèses.

EXEMPLE

Évaluons l'expression mathématique suivante:

$$(2 + 8 + 5) - (10 - 4 + 7).$$

SOLUTION

Nous effectuons d'abord les opérations placées entre parenthèses, toujours de gauche à droite:

$$(2 + 8 + 5) - (10 - 4 + 7) = 15 - 13$$

car $2 + 8 + 5 = 15$ et $10 - 4 + 7 = 13$.

Puis, nous trouvons la réponse de l'opération qui reste:

$$(2 + 8 + 5) - (10 - 4 + 7) = 15 - 13$$
$$= 2.$$

Les parenthèses indiquent donc une priorité à observer dans une suite d'observations.

D'une façon générale,

> Nous faisons toujours en premier lieu les opérations comprises entre parenthèses.

EXERCICE 6

Évaluez l'expression mathématique suivante:

$$12 - 7 + (14 - 2 + 3) - (12 + 5 - 4)$$

EXERCICE 7

Parmi les réponses ci-dessous, quelle est celle qui donne la valeur exacte de l'expression mathématique suivante:

$$14 - (14 + 2 - 5) + (13 - 9) - (12 - 4 + 1 - 7)?$$

A) 6 B) 4

C) 5 D) 7

E) 3

EXERCICE 8

Trouvez la valeur de:

$$70 + (140 - 20 + 30) - (10 + 50 - 20).$$

QUATRIÈME LEÇON

LA MULTIPLICATION DANS $\mathbb{N}$

OBJECTIF

CALCULER le produit de deux ou plusieurs nombres naturels donnés.

ÉVALUER une ou des expressions mathématiques contenant à la fois le symbole de l'addition (+), le symbole de la multiplication (×) et des parenthèses ( ).

4-0 INTRODUCTION

La multiplication est la troisième opération arithmétique. Si vous savez bien compter par 2, 3, 4, etc., vous trouverez cette opération relativement aisée puisque la multiplication dans $\mathbb{N}$ n'est que l'addition répétée d'un même nombre.

4-1 LA MULTIPLICATION DANS $\mathbb{N}$

Si nous allons au supermarché pour acheter cinq pots de confiture à 2 $ chacun, la caissière inscrit 5 fois de suite le montant 2 $, puis nous donne le montant total de l'achat. Elle fait donc une addition répétée, $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$.

Ainsi le montant total de l'achat est 10 $.

Lorsque nous répétons ainsi, un certain nombre de fois, un nombre naturel dans une addition, nous disons que nous *multiplions* ce nombre. La multiplication est une addition répétée; le résultat de la multiplication s'appelle le *produit*.

EXEMPLE

En effectuant l'addition $10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$,

nous pouvons dire que nous avons multiplié 10 par 5, car le nombre 10 apparaît 5 fois dans l'addition.

Il existe plusieurs façons de représenter une multiplication.

Ainsi, pour dire que nous voulons multiplier 7 par 2, nous pouvons écrire:

1) 7×2, le $\times$ entre deux nombre signifie "multiplié par",
2) $(7)(2)$, deux parenthèses juxtaposées,
3) $7(2)$, un nombre devant une parenthèse,
4) $(7)2$, une parenthèse suivie d'un nombre.

Dans une multiplication, le nombre que nous multiplions s'appelle le "*multiplicande*" et le nombre par lequel nous multiplions s'appelle le "*multiplicateur*".

EXEMPLE

1. 15×2 signifie 15 multiplié par 2; 15 est le multiplicande, 2 est le multiplicateur. Le produit est 30.

2. (4)(5)(2) signifie 4 multiplié par 5, multiplié par 2; le produit est 40.

3. (45)2 signifie 45 multiplié par 2; 45 est le multiplicande, 2 est le multiplicateur; le produit est 90.

EXERCICE 1

Trouvez le produit des multiplications suivantes:

1. 9×2 _____ 2. 7(3) _____ 3. (4)4 _____

4. (6)(5) _____ 5. 8(7) _____ 6. (2)(3)(4) _____

Rappelons-nous que lorsque nous multiplions un nombre par 0, le produit est toujours 0; et lorsque nous multiplions un nombre par 1, le produit est le nombre de départ.

EXEMPLE

Effectuons les multiplications suivantes:

1. 7×0.

2. 1×12.

SOLUTION

1. 0

2. 12

Cependant, même si nous comprenons que la multiplication est une addition répétée, il serait trop long de procéder par addition pour effectuer: 431×12.

Heureusement, il existe comme nous allons voir, une façon plus commode d'évaluer des produits.

EXEMPLE 1

Évaluons 431×12.

SOLUTION

Plaçons d'abord les deux nombres l'un au-dessous de l'autre:

$$\begin{array}{r} 431 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array}$$

431 est le multiplicande

12 est le multiplicateur.

Multiplions d'abord chaque chiffre de 431 par 2:

$$\begin{array}{r} 431 \\ \times\ 12 \\ \hline 862 \end{array}$$

431×2 unités = 862 unités.

Multiplions maintenant chaque chiffre de 431 par 1, sans oublier que ce chiffre représente 10 unités.

$$\begin{array}{r} 431 \\ \times\ 12 \\ \hline 862 \\ 431 \\ \hline \end{array} \qquad 431 \times 1 \text{ dizaine} = 431 \text{ dizaines.}$$

Vous constatez qu'en multipliant, nous plaçons toujours le résultat dans la colonne correspondante: les unités dans la 1ère colonne de droite, les dizaines dans la 2ième colonne, les centaines dans la 3ième colonne et les unités de mille dans la 4ième colonne.

Il ne nous reste qu'à additionner les résultats obtenus:

$$\begin{array}{r} 431 \\ \times\ 12 \\ \hline 862 \\ +\ 431 \\ \hline 5172 \end{array}$$

Le produit est donc 5172.

EXEMPLE 2

Effectuons 122 × 23.

SOLUTION

$$\begin{array}{r} 122 \\ \times\ 23 \\ \hline 366 \\ +\ 244 \\ \hline 2806 \end{array}$$

366 est le résultat de 122 × 3

244 est le résultat de 122 × 2, où 2 représente 2 dizaines.

EXERCICE 2

Effectuez la multiplication suivante: 231 × 32.

Comme l'addition, la multiplication exige parfois que nous fassions des retenues.

EXEMPLE

Trouvons le produit de 159 par 2.

SOLUTION

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 159 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

Comme 9 × 2 = 18, nous plaçons la dizaine obtenue au-dessus du chiffre 5 pour pouvoir l'additionner avec les autres dizaines.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 159 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

Comme 2 × 5 = 10 et que 10 + 1 = 11, nous plaçons une autre retenue au-dessus des centaines.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 159 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 318 \end{array}$$

Nous multiplions les centaines; le produit est alors 318.

EXERCICE 3

Trouvez le produit de 168 par 2.

Même si les nombres à multiplier sont formés de plus de 3 chiffres, nous utilisons la même méthode.

EXEMPLE

Trouvons le produit de 50 782 par 1 243.

SOLUTION

Multiplions 50 782 par 3, 3 représentant trois unités:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 2\ \ \ \ \ } \\ 50\,782 \\ \times\ \ 1\,243 \\ \hline 152\,346 \end{array} \quad ;$$

multiplions 50 782 par 4, 4 représentant quatre dizaines:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 3\ \ \ \ \ } \\ 50\,782 \\ \times\ \ 1\,243 \\ \hline 152\,346 \\ 2\,031\,28\ \ \ \end{array} \quad ;$$

multiplions 50 782 par 2, 2 représentant deux centaines:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ \ \ \ } \\ 50\,782 \\ \times\ \ 1\,243 \\ \hline 152\,346 \\ 2\,031\,28\ \ \ \\ 10\,156\,4\ \ \ \ \end{array} \quad ;$$

multiplions 50 782 par 1, 1 représentant une unité de mille:

$$
\begin{array}{r}
50\ 782 \\
\times\ \underline{1\ 243} \\
152\ 346 \\
2\ 031\ 28 \\
10\ 156\ 4 \\
\underline{50\ 782\ \ \ \ } \\
63\ 122\ 026.
\end{array}
$$

Nous obtenons 63 122 026.

EXERCICE 4

Calculez le produit de 2 366 par 1 253.

Lorsque le multiplicateur comporte un ou plusieurs 0, nous devons accorder une attention spéciale au calcul du produit.

EXEMPLE 1

Trouvons le produit de 5 049 par 207.

SOLUTION

Première possibilité:

```
   5 049
 ×   207
 -------
  35 343
  00 00   ⟶ car 9 × 0 = 0, 0 × 4 = 0, 0 × 0 = 0, 0 × 5 = 0.
1 009 8
---------
1 045 143
```

Deuxième possibilité:

```
   5 049
 ×   207
 -------
  35 343
1 009 80   ⟶ Pour éviter de garder toute une ligne de 0,
---------    nous multiplions d'un seul coup 5 049 × 0 = 0
1 045 143    et nous écrivons à la suite le produit
             2 × 5 049, sur la même ligne.
```

EXEMPLE 2

Effectuons 34 976 × 2 004.

SOLUTION

```
    34 976
 ×   2 004
 ----------
   139 904
69 952 00   ⟶ 34 976 × 0 = 0
----------    34 976 × 0 = 0 ⟵
70 091 904
```

EXERCICE 5

Trouvez le produit des multiplications suivantes:

1. 8 405 par 62.

2. 3 345 par 212

3. 2 345 par 607

4. 30 015 par 207.

4-2 L'ÉVALUATION D'EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES À L'AIDE DE L'ADDITION, DE LA MULTIPLICATION ET DES PARENTHÈSES

Depuis le début de cette leçon, nous avons effectué uniquement des multiplications, mais il arrive souvent que des additions et des multiplications se retrouvent dans une même expression arithmétique.

C'est pourquoi nous verrons maintenant dans quel ordre nous pouvons les effectuer, c'est-à-dire laquelle, de l'addition ou de la multiplication, doit être calculée en premier.

EXEMPLE 1

Effectuons $2 \times 4 + 6$.

SOLUTION

La multiplication a la priorité, c'est-à-dire qu'elle doit être effectuée en premier, avant l'addition.

Ainsi: $\underbrace{2 \times 4} + 6 = 8 + 6$, car $2 \times 4 = 8$.

Nous effectuons ensuite l'addition: $\underbrace{2 \times 4} + 6 = 8 + 6$

$= 14.$

Rappelons-nous que:

> La multiplication a priorité sur l'addition.

EXEMPLE 2

Vous avez travaillé durant deux semaines à 250 $ par semaine. Le patron vous accorde en plus un bonus de 15 $. Quel sera votre salaire?

SOLUTION

Si le comptable observe la priorité de la multiplication sur l'addition, il trouvera ainsi votre salaire:

$$\underbrace{2 \times 250} + 15 = 500 + 15 = 515.$$

Donc votre salaire sera 515 $.

EXEMPLE 3

Évaluons l'expression suivante: $4 \times 5 + 7 + 3 \times 2$.

SOLUTION

$\underbrace{4 \times 5} + 7 + \underbrace{3 \times 2} = 20 + 7 + 6 = 33$

(La multiplication a priorité sur l'addition.)

Cependant, comme nous l'avons vu avec l'addition et la soustraction, lorsque nous voulons qu'une ou plusieurs opérations soient effectuées en premier, nous les plaçons entre parenthèses. Ces parenthèses ont toujours la priorité sur toute autre opération.

EXEMPLE 1

Effectuons $(3 \times 4) + (5 \times 2)$.

SOLUTION

$(\underbrace{3 \times 4}) + (\underbrace{5 \times 2}) = 12 + 10 = 22.$

EXEMPLE 2

Évaluons $3(5 + 6) + 8(4 + 6)$.

SOLUTION

$3(\underbrace{5 + 6}) + 8(\underbrace{4 + 6}) = \underbrace{3(11)} + \underbrace{8(10)}$ (priorité des opérations entre parenthèses)

$= 33 + 80 = 113.$ (priorité de la multiplication sur l'addition)

Si nous faisons une synthèse de ce que nous venons de voir et de ce que nous avons vu dans l'addition, nous obtenons:

> L'ordre à suivre dans l'évaluation d'une expression mathématique comportant plusieurs opérations, est:
>
> 1) effectuer les opérations entre parenthèses,
> 2) effectuer les multiplications,
> 3) effectuer les additions et les soustractions de gauche à droite.

EXERCICE 6

Effectuez les opérations suivantes:

1. $3(4 + 5) + 9(1 + 2)$.

2. $6 + 7 + 5 + 4(2 + 7)$.

3. $5 \times 4 + 3 \times 2$.

4. $7 \times 3 \times 2 + 9$.

5. $(7)(8)(2) + 5 + 4(3 + 1)$.

6. $8 \times 4 + 3 + 5 \times 2$.

7. $(2 + 4)(3 + 5)$.

8. $7 + 3(2 + 7) + (5 \times 8)$.

CINQUIÈME LEÇON

LA DIVISION DANS N

OBJECTIFS

DIVISER un nombre (dividende) par un autre nombre naturel (diviseur) inférieur ou égal au premier.

DIRE si un nombre donné est divisible par 2, 3, 5 ou 9.

ÉVALUER une ou des expressions contenant à la fois les symboles d'addition (+), de soustraction (-), de multiplication (×), de division (÷) et des parenthèses ( ).

5-0 INTRODUCTION

Nous étudions maintenant la quatrième opération mathématique appelée division. Les difficultés que nous rencontrons sont bien graduées. En les prenant une à la fois, vous devriez pouvoir comprendre cette opération très importante et réussir aisément les exercices proposés.

5-1 LA DIVISION DANS $\mathbb{N}$

Dans la leçon précédente, nous avons vu la multiplication dans $\mathbb{N}$. Voyons maintenant la division qui est l'opération inverse de la multiplication. En effet, lorsque nous multiplions deux nombres, nous partons de ces deux nombres pour arriver au produit; dans la division nous partons du produit pour retrouver le nombre qui a été multiplié.

Par exemple, nous pouvons multiplier 7 par 2 et nous obtenons le produit: $7 \times 2 = 14$.

Si nous partons de ce produit 14, nous pouvons:

- soit diviser 14 par 2, ce que nous notons $14 \div 2$,
- soit diviser 14 par 7, ce que nous notons $14 \div 7$.

Dans un cas comme dans l'autre, il s'agit de retrouver par quel nombre on doit multiplier; ainsi:

$14 \div 2$ consiste à trouver la solution de $2 \times ? = 14$
et $14 \div 7$ consiste à trouver la solution de $7 \times ? = 14$.

Nous obtenons alors: $14 \div 2 = 7$, car $2 \times 7 = 14$
et $14 \div 7 = 2$, car $7 \times 2 = 14$.

Dans la division $14 \div 2 = 7$, 14 s'appelle le dividende,
2 s'appelle le diviseur,
7 s'appelle le quotient.

Il est très important de se rappeler que la division par 0 est impossible: $5 \div 0 = ?$

En effet, nous ne connaissons pas le quotient de $5 \div 0$.

Car $5 \div 0$ consiste à trouver la solution de $0 \times ? = 5$.

Or, $0 \times 1 = 0$,
$0 \times 2 = 0$,
$0 \times 3 = 0$,

et ainsi de suite.

Donc, il n'y a pas de solution possible à $0 \times ? = 5$,
car le produit d'un nombre par 0 donne toujours 0.

Ainsi:

La division par 0 est impossible.

Par contre, 0 divisé par un nombre donne toujours 0 comme quotient:

$0 \div 5 = 0$ car $5 \times 0 = 0$,

$0 \div 7 = 0$ car $7 \times 0 = 0$,

$0 \div 10 = 0$ car $10 \times 0 = 0$.

En plus du signe $\div$ que nous venons d'utiliser, il existe une autre façon de représenter une division; ainsi $14 \div 2$ peut aussi s'écrire $\frac{14}{2}$.

EXEMPLE

Effectuons les divisions suivantes:

1. $16 \div 2$ 2. $\frac{20}{4}$

SOLUTION

1. $16 \div 2 = 8$ car $2 \times 8 = 16$

2. $\frac{20}{4} = 5$ car $4 \times 5 = 20$.

EXERCICE 1

Effectuez les divisions suivantes et vérifiez chaque fois vos réponses en faisant la preuve.

1. $12 \div 6$ 2. $25 \div 5$

3. $\frac{16}{4}$ 4. $\frac{20}{5}$

5. 30 ÷ 10 6. 11 ÷ 11

5-1.1 LA DIVISION SANS RESTE

Pour diviser des nombres de deux chiffres ou plus, nous devons utiliser une disposition particulière afin de trouver le quotient. Nous utiliserons cette disposition pour faire d'abord des divisions sans reste.

Nous disons qu'une division est sans reste lorsque, à la fin de notre division, le résultat de la soustraction est 0.

EXEMPLE 1

Divisons 164 par 4.

SOLUTION

Disposons ainsi le dividende et le diviseur

$$164 \,|\, 4$$

Prenons, à partir de la gauche, autant de chiffres qu'il en faut pour pouvoir diviser par 4; 1 étant insuffisant, nous prenons 16.

$$\textcircled{16}4 \,|\, 4$$

Nous trouvons le quotient: 16 ÷ 4 = 4; car 4 × 4 = 16. Nous soustrayons ce produit du 16 encerclé. Nous inscrivons le reste, soit 0.

$$\begin{array}{r} \textcircled{16}4 \,\big|\, 4 \\ -\,\underline{16} \\ 0 \end{array}$$

Abaissons le chiffre suivant:

$$\begin{array}{r} \textcircled{16}4 \,\big|\, 4 \\ -\,\underline{16}\quad 4 \\ 04 \end{array}$$

Trouvons le quotient: 4 ÷ 4 = 1; car 4 × 1 = 4. Nous soustrayons 4 et nous obtenons le reste, soit 0.

$$\begin{array}{r} \textcircled{16}4 \,\big|\, 4 \\ -\,\underline{16}\quad 41 \\ 04 \\ -\,\underline{04} \\ 0 \end{array}$$

Le quotient est 41.

PREUVE $4 \times 41 = 164$.

EXEMPLE 2

Trouvons le quotient de 832 par 32.

SOLUTION

Disposons ainsi le dividende et le diviseur:

$$832 \,\big|\, 32$$

Prenons, à partir de la gauche, autant de chiffres qu'il en faut pour pouvoir diviser par 32; 8 étant insuffisant, nous prenons 83.

$$832 \mid 32$$

Trouvons le quotient: 83 ÷ 32; comme 32 × 2 = 64 et 32 × 3 = 96, nous écrivons le quotient 2, et nous soustrayons 64 de 83.

$$\begin{array}{r} 832 \mid 32 \\ -\ 64 \quad 2 \\ \hline 19 \end{array}$$

Abaissons le chiffre suivant:

$$\begin{array}{r} 832 \mid 32 \\ -\ 64 \quad 2 \\ \hline 192 \end{array}$$

Trouvons le quotient: 192 ÷ 32 = 6, car 32 × 6 = 192; nous soustrayons 192 et nous obtenons le reste, soit 0:

$$\begin{array}{r} 832 \mid 32 \\ -\ 64 \quad 26 \\ \hline 192 \\ -\ 192 \\ \hline 0 \end{array}$$

Le quotient est 26.

PREUVE 32 × 26 = 832.

EXEMPLE 3

Effectuons la division de 5 184 par 216.

SOLUTION

Disposons ainsi le dividende et le diviseur:

$$5\ 184 \mid 216$$

Prenons, à partir de la gauche, autant de chiffres qu'il en faut pour pouvoir diviser par 216; 5 et 51 étant insuffisants, nous prenons 518:

$$(5\ 184) \mid 216$$

Trouvons le quotient: 518 ÷ 216 = 2, reste 86.

$$\begin{array}{l} (5\ 184) \mid 216 \\ -\ 4\ 32 \quad 2 \\ \quad 86 \end{array}$$

Abaissons le chiffre suivant:

$$\begin{array}{l} (5\ 184) \mid 216 \\ -\ 4\ 32 \quad 2 \\ \quad 864 \end{array}$$

Trouvons le quotient: 864 ÷ 216 = 4, car 4 × 216 = 864: nous soustrayons 864 et nous obtenons le reste, soit 0:

$$\begin{array}{l} (5\ 184) \mid 216 \\ -\ 4\ 32 \quad 24 \\ \quad 864 \\ \quad -\ 864 \\ \quad\quad 0 \end{array}$$

Donc, 5 184 ÷ 216 = 24.

PREUVE 24 × 216 = 5 184.

EXEMPLE 4

Divisons 1 618 par 2.

SOLUTION

Disposons d'abord le dividende et le diviseur:

$$1\,618 \mid 2$$

Prenons, à partir de la gauche, autant de chiffres qu'il en faut pour pouvoir diviser par 2; 1 étant insuffisant, nous prenons 16:

$$(1\,6)18 \mid 2$$

Trouvons le quotient: 16 ÷ 2 = 8 car 2 × 8 = 16:

$$\begin{array}{r} 1\,618 \mid 2 \\ -\,1\,6 \quad\; 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Abaissons le chiffre suivant:

$$\begin{array}{r} 1\,618 \mid 2 \\ -\,1\,6 \quad\; 8 \\ \hline 01 \end{array}$$

Puisque 01 ÷ 2 = 0 reste 1, le quotient est 0 et nous n'avons rien à soustraire. Nous obtenons:

$$\begin{array}{r} 1\,618 \mid 2 \\ -\,1\,6 \quad 80 \\ \hline 01\;. \end{array}$$

Abaissons maintenant 8:

$$\begin{array}{r} 1\,618 \mid 2 \\ -\,1\,6 \quad 80 \\ \hline 018 \end{array}$$

Trouvons le quotient: $18 \div 2 = 9$ car $2 \times 9 = 18$.

$$\begin{array}{r|l} 1\,618 & 2 \\ -\,16 & 809 \\ \hline 018 & \\ -\,18 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Donc, $1\,618 \div 2 = 809$.

PREUVE $2 \times 809 = 1\,618$.

EXERCICE 2

Effectuez les divisions suivantes et vérifiez chaque fois en faisant le preuve.

1. $123 \div 3$

2. $215 \div 5$

3. $765 \div 17$

4. $1\,608 \div 8$

5. $132 \div 12$

6. $\frac{264}{24}$

7. $\frac{372}{372}$

8. $\frac{800}{40}$

9. $\frac{5\ 050}{50}$

10. $14\ 532 \div 12$

11. $10\ 025 \div 25$

12. $3\ 915 \div 435$

13. 32 752 ÷ 356

14. 494 877 ÷ 563

5-1.2 La division avec reste

Jusqu'à maintenant toutes nos divisions se sont terminées par 0, c'est-à-dire sans reste. Autrement dit, le diviseur était contenu un nombre exact de fois dans le dividende. Mais nous rencontrons très souvent des divisions qui se terminent par un reste.

EXEMPLE 1

Divisons 17 par 3.

SOLUTION

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \underline{-\,15} & 5 \\ 2 & \end{array}$$

17 ÷ 3 = 5 reste 2.

PREUVE 5 × 3 = 15 et 15 + 2 = 17.

EXEMPLE 2

Calculons: 20 820 ÷ 257.

SOLUTION

$$\begin{array}{r|l} 20\,820 & 257 \\ -\,20\,56 & 81 \\ \hline 260 & \\ -\,257 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

La réponse est 81, reste 3.

PREUVE 257 × 81 = 20 817 et 20 817 + 3 = 20 820.

EXERCICE 3

Effectuez les divisions suivantes et vérifiez chaque fois en faisant la preuve.

1. 17 ÷ 2

2. 139 ÷ 12

3. 247 ÷ 15

4. 2 145 ÷ 19

5. 3 128 ÷ 31

6. 4 000 ÷ 29

7. 4 351 ÷ 40

8. 9 081 ÷ 90

9. 5 061 ÷ 50

10. 36 942 ÷ 17

11. 45 937 ÷ 28

12. 5 635 ÷ 256

5-2 LES CARACTÈRES DE DIVISIBILITÉ DES NOMBRES

Souvent, avant d'effectuer une division, nous aimerions savoir si elle est possible sans reste. Par exemple, pouvons-nous diviser 1 296 par 2 sans reste, ou diviser 389 754 par 5 également sans reste. Nous pouvons toujours faire la division, mais si, à la fin, nous constatons que la division sans reste est impossible, nous aurons perdu du temps. Or, pour certains diviseurs, nous pouvons savoir à l'avance si la division est possible sans reste; nous avons pour cela "les caractères de divisibilité".

Nous allons voir les caractères de divisibilité suivants:

a) divisibilité par 2,

b) divisibilité par 5,

c) divisibilité par 3,

d) divisibilité par 9.

a) DIVISIBILITÉ PAR 2

Nous disons qu'un nombre est *divisible par 2* si nous pouvons le diviser par 2, sans reste. Voyons comment savoir d'avance si un nombre est divisible par 2.

Si nous comptons par 2, à partir de 0: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ..., nous remarquons que les nombres se terminent toujours par 0, 2, 4, 6 ou 8; autrement dit le dernier chiffre représente toujours un nombre divisible par 2.

EXEMPLE 1

Le nombre 1 296 est-il divisible par 2?

SOLUTION

Examinons le chiffre qui représente les unités dans 1 296; c'est le 6. Or 6 est le produit de 2 par 3; par conséquent 6 est divisible par 2 et 6 ÷ 2 = 3. Alors, nous pouvons être certain que 1 296 est aussi divisible par 2 et 1 296 ÷ 2 = 648.

Il en est ainsi de tout nombre dont le chiffre des unités représente un nombre divisible par 2.

EXEMPLE 2

4 934 est-il divisible par 2?

SOLUTION

Oui, car le chiffre des unités est 4, et 4 est un nombre divisible par 2.

En effet, 4 934 ÷ 2 = 2 467.

À retenir:

> Un nombre est divisible par 2 si le chiffre des unités est un nombre divisible par 2.

b) DIVISIBILITÉ PAR 5

Un nombre est *divisible par* 5 si le reste de sa division par 5 est 0. Nous avons appris à compter rapidement par 5, et nous avons certainement remarqué alors que toutes nos réponses se terminaient par 0 ou par 5.

Ainsi: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ...

Par conséquent, tout nombre se terminant par 0 ou par 5 est divisible par 5.

EXEMPLE

Le nombre 3 025 est-il divisible par 5?

SOLUTION

Le chiffre des unités est 5, le nombre 3 025 est donc divisible par 5 et $3\,025 \div 5 = 605$.

À retenir:

> Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou par 5.

Note. Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

EXERCICE 4

Indiquez par la lettre correspondant à la bonne réponse si chacun des nombres donnés est:

A) divisible par 2 B) divisible par 5

C) divisible par 2 et par 5 D) aucune de ces réponses.

1. 26 ◯ 2. 39 ◯ 3. 40 ◯ 4. 65 ◯

5. 70 ◯ 6. 81 ◯ 7. 110 ◯ 8. 117 ◯

c) DIVISIBILITÉ PAR 3

Un nombre est *divisible par* 3 si le reste de sa division par 3 est 0. Comptons par 3 à partir de 0: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, ... Ici nous ne pouvons pas appliquer une règle semblable à celle de la divisibilité par 2. En effet, même si le chiffre de leurs unités ne se divise pas par 3, certains nombres comme 15, 21 et 42 sont divisibles par 3.

En effet, $15 = 5 \times 3$,

$21 = 7 \times 3$,

$42 = 14 \times 3$.

Nous savons déjà que 0, 3, 6 et 9 sont divisibles par 3, c'est-à-dire que le reste de leur division par 3 est 0; aussi, examinons de plus près la somme des chiffres de notre suite de nombres, à partir de 12:

12: $1 + 2 = 3$ et 3 est divisible par 3,

15: $1 + 5 = 6$ et 6 est divisible par 3,

18: $1 + 8 = 9$ et 9 est divisible par 3,

21: $2 + 1 = 3$ et 3 est divisible par 3,

⋮

48: $4 + 8 = 12$ et 12 est divisible par 3,

⋮

Nous constatons que pour tous ces nombres, la somme de leurs chiffres est divisible par 3, c'est ce qui nous permettra de déterminer si un nombre est divisible par 3.

EXEMPLE 1

Le nombre 195 est-il divisible par 3?

SOLUTION

Additionnons les chiffres qui composent 195: $1 + 9 + 5 = 15$,

or $15 + 3 = 5$,

donc 195 est divisible par 3 et $195 \div 3 = 65$.

EXEMPLE 2

Peut-on diviser 3 947 par 3 sans reste?

SOLUTION

Additionnons les chiffres de 3 947:

$$3 + 9 + 4 + 7 = 23.$$

Additionnons les chiffres de 23:

$2 + 3 = 5$, et 5 ne se divise pas par 3.

Donc, 3 947 ne se divise pas non plus par 3.

À retenir:

> Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

EXERCICE 5

Est-ce que les nombres suivants sont divisibles par 3? Répondre par oui ou non.

1. 250	_____	2. 384	_____	3. 435	_____
4. 1 329	_____	5. 8 930	_____	6. 74 391	_____

d) DIVISIBILITÉ PAR 9

La règle employée dans le cas de la division par 3 s'applique pour la division par 9. Nous trouvons d'abord la somme des chiffres qui forment le nombre: si cette somme se divise par 9 sans reste, le nombre également se divise par 9 sans reste.

EXEMPLE 1

Le nombre 423 est-il divisible par 9?

SOLUTION

La somme des chiffres qui forment le nombre 423 est: $4 + 2 + 3 = 9$

et $9 \div 9 = 1$.

Donc, 423 est divisible par 9 et $423 \div 9 = 47$.

EXEMPLE 2

Est-ce que le nombre 39 456 est divisible par 9?

SOLUTION

Trouvons la somme des chiffres qui forment le nombre 39 456.

$$3 + 9 + 4 + 5 + 6 = 27.$$

De même, calculons la somme des chiffres qui forment le nombre 27:
$2 + 7 = 9$ or, $9 \div 9 = 1$.

Donc 39 456 est divisible par 9 et $39\,456 \div 9 = 4\,384$.

À retenir:

> Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

EXERCICE 6

Indiquez par la lettre correspondant à la bonne réponse si chacun des nombres donnés est:

A) divisible par 3 B) divisible par 9

C) divisible par 3 et par 9 D) aucune de ces réponses.

1. 405 ○ 2. 748 ○ 3. 981 ○

4. 4 539 ○ 5. 5 706 ○ 6. 10 324 ○

5-3 L'ÉVALUATION D'EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES À L'AIDE DE L'ADDITION, DE LA SOUSTRACTION, DE LA MULTIPLICATION, DE LA DIVISION ET DES PARENTHÈSES

Nous avons appris comment trouver la valeur de certaines expressions comprenant les trois premières opérations mathématiques et des parenthèses. Nous verrons maintenant comment évaluer des expressions du même genre, mais incluant aussi des divisions.

L'ordre à suivre dans l'évaluation d'une expression mathématique comportant plusieurs opérations, est:

1) effectuer les opérations entre parenthèses;
2) effectuer les multiplications ou les divisions dans l'ordre où elles apparaissent;
3) effectuer les additions ou les soustractions dans l'ordre où elles apparaissent.

EXEMPLE

Évaluons $3(8 + 4) - \frac{(12 + 6)}{3} + 4(5 - 2) - \frac{(35 - 7)}{4}$.

SOLUTION

Effectuons les opérations entre parenthèses:

$$3(\underbrace{8 + 4}) - \frac{\overbrace{(12 + 6)}}{3} + 4(\underbrace{5 - 2}) - \frac{\overbrace{(35 - 7)}}{4} = 3(12) - \frac{(18)}{3} + 4(3) - \frac{28}{4}.$$

Calculons les multiplications et les divisions:

$$3(12) - \frac{(18)}{3} + 4(3) - \frac{28}{4} = 36 - 6 + 12 - 7.$$

Terminons avec les additions et les soustractions:

$$36 - 6 + 12 - 7 = 35.$$

Donc, $3(8 + 4) - \frac{(12 + 6)}{3} + 4(5 - 2) - \frac{(35 - 7)}{4} = 35.$

EXERCICE 7

Évaluez l'expression suivante:

$$2(9 + 2) - \frac{(10 + 6)}{4} + 5(6 - 3) - \frac{(24 - 12)}{3}.$$

Cependant il arrive qu'une expression soit formée d'une expression divisée par une autre expression; dans ce cas, nous calculons le dividende et le diviseur, puis nous effectuons la division.

EXEMPLE 1

Trouvons la valeur de $\frac{3(7 + 1) - 4(5 - 4)}{2(12 - 7)}$.

SOLUTION

Effectuons les opérations entre parenthèses, dans chaque expression:

$$\frac{3\overbrace{(7 + 1)} - 4\overbrace{(5 - 4)}}{2\underbrace{(12 - 7)}} = \frac{3(8) - 4(1)}{2(5)}.$$

Effectuons les multiplications:

$$\frac{3(8) - 4(1)}{2(5)} = \frac{24 - 4}{10}.$$

Effectuons la soustraction:

$$\frac{24 - 4}{10} = \frac{20}{10}.$$

Divisons les deux résultats: $\frac{20}{10} = 2.$

Donc, $\frac{3(7 + 1) - 4(5 - 4)}{2(12 - 7)} = 2.$

EXEMPLE 2

Parmi les cinq réponses ci-dessous, quelle est celle qui donne la valeur exacte de l'expression mathématique suivante:

$$\frac{4(3 + 11) - 2(7 - 5) - 4(3 + 1)}{2(6 - 4) - (39 - 37)}?$$

A) 22 B) 20 C) 18

D) 16 E) 14

SOLUTION

La réponse est C, car:

$$\frac{4(\overbrace{3 + 11}) - 2(\overbrace{7 - 5}) - 4(\overbrace{3 + 1})}{2(\underbrace{6 - 4}) - (\underbrace{39 - 37})} = \frac{4(14) - 2(2) - 4(4)}{2(2) - 2}$$

$$= \frac{56 - 4 - 16}{4 - 2} = \frac{36}{2} = 18.$$

EXERCICE 8

Quelle est la valeur des expressions mathématiques suivantes?

1. $\frac{3(6 - 2) + 4(7 - 5)}{5(18 - 14)}$

2. $\frac{(234 + 307) - 2(225 - 79)}{2(37 + 14) - (97 - 78)}$

3. $\frac{10(3 - 1) - 4(7 - 5)}{4(16 - 13)}$

4. $\frac{19(4 + 3) - 15(3 + 5) - 7}{2(7 + 9 - 15)}$

SIXIÈME LEÇON

LES FACTEURS D'UN NOMBRE

OBJECTIF

IDENTIFIER selon un ensemble de nombres donnés,

a) les nombres pairs
b) les nombres impairs
c) les nombres premiers
d) les facteurs d'un nombre donné
e) les facteurs premiers d'un nombre donné.

6-0 INTRODUCTION

Nous abordons ici une étude particulièrement importante, c'est la notion de facteur d'un nombre naturel. Nous utilisons abondamment les méthodes de divisibilité de la leçon précédente; il est donc souhaitable de bien maîtriser la division dans $\mathbb{N}$ avant d'entreprendre cette leçon.

6-1 LES FACTEURS OU DIVISEURS D'UN NOMBRE

Nous savons que 10 est divisible par 2 et par 5. Nous disons alors que le nombre 2 est un diviseur ou facteur de 10 car $10 = 2 \times 5$;

de même 5 est aussi un diviseur ou facteur de 10.

D'une façon générale, étant donné un nombre a, nous disons qu'un nombre b est un facteur ou un diviseur de a, si nous pouvons trouver un nombre c tel que: $a = b \times c$.

L'égalité, que nous avons déjà rencontrée, $a = a \times 1$, montre que tout nombre a possède au moins deux diviseurs: lui-même et l'unité. Cependant, ces diviseurs sont peu intéressants, et souvent nous avons besoin d'autres diviseurs que ceux-ci. Ces diviseurs d'un nombre, autres que le nombre lui-même, sont donc inférieurs à ce nombre.

Un moyen pour les trouver est de diviser le nombre donné successivement par tous les entiers qui le précèdent. Pour cela, nous pouvons utiliser les caractères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, et nous faciliter ainsi la tâche.

EXEMPLE 1

Cherchons tous les diviseurs ou facteurs de 8.

SOLUTION

Immédiatement, nous pouvons dire que 1 et 8 sont des diviseurs de 8.

Les autres entiers qui précèdent 8 sont: 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Nous remarquons que seulement 2 et 4 sont des diviseurs exacts de 8; nous éliminons donc 3, 5, 6, 7.

Ainsi nous obtenons que 1, 2, 4 et 8 sont les diviseurs ou facteurs de 8.

EXEMPLE 2

Trouvons l'ensemble des diviseurs de 30.

SOLUTION

Les deux premiers diviseurs de 30 sont 1 et 30, car $1 \times 30 = 30$.

Les autres entiers inférieurs à 30 sont

2, 3, 4, 5, 6, ..., 27, 28, 29.

En effectuant $30 \div 2$, nous trouvons 15 car $2 \times 15 = 30$; 2 et 15 sont donc deux autres diviseurs de 30.

Par la même occasion, nous constatons qu'aucun nombre supérieur à 15 ne peut diviser 30. Nous pouvons donc éliminer 16, 17, 18, ..., 28, 29 qui sont entre 15 et 30:

2, 3, 4, ..., 15, ~~16~~, ~~17~~, ..., ~~28~~, ~~29~~.

En effectuant $30 \div 3$, nous trouvons 10 car $3 \times 10 = 30$; 3 et 10 sont deux autres diviseurs de 30. Nous pouvons donc éliminer 11, 12, 13, 14 qui sont entre 10 et 15

2, 3, 4, ..., 10, ~~11~~, ~~12~~, ~~13~~, ~~14~~, 15.

Comme 4 ne divise pas 30 sans reste, nous éliminons 4 et nous effectuons 30 ÷ 5, nous trouvons 6 car 30 = 5 × 6. Nous obtenons alors deux autres diviseurs de 30, soit 5 et 6. Nous pouvons ainsi éliminer 7, 8, 9 qui sont entre 6 et 10:

2, 3, ~~4~~, 5, 6, ~~7~~, ~~8~~, ~~9~~, 10.

L'ensemble des diviseurs de 30 est donc:

{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}.

EXEMPLE 3

Trouvons l'ensemble des diviseurs de 36.

SOLUTION

Les deux premiers diviseurs de 36 sont 1 et 36, car 1 × 36 = 36.

Les autres entiers inférieurs à 36 sont

2, 3, 4, 5, 6, ..., 33, 34, 35.

En effectuant 36 ÷ 2, nous trouvons 18 car 2 × 18 = 36; 2 et 18 sont donc deux autres diviseurs de 36.

Par la même occasion, nous constatons qu'aucun nombre supérieur à 18 ne peut diviser 36. Nous pouvons donc éliminer les nombres entre 18 et 36:

2, 3, 4, ..., 18, ~~19~~, ~~20~~, ..., ~~34~~, ~~35~~.

En effectuant 36 ÷ 3, nous trouvons 12 car 3 × 12 = 36; 3 et 12 sont deux autres diviseurs de 36. Nous pouvons donc éliminer 13, 14, 15, 16, 17 qui sont entre 12 et 18:

2, 3, 4, ..., 12, ~~13~~, ~~14~~, ~~15~~, ~~16~~, ~~17~~, 18.

Comme 4 × 9 = 36, 4 et 9 sont deux autres diviseurs de 36. Nous pouvons donc éliminer 10 et 11:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 18.

Nous éliminons 5, car 5 ne divise pas 36 sans reste.

Nous effectuons maintenant 36 ÷ 6, nous trouvons 6 car 6 × 6 = 36. Ainsi 6 est un diviseur de 36 et nous pouvons éliminer 7 et 8 qui sont entre 6 et 9:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 18.

Donc, l'ensemble des diviseurs de 36 est:

{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}.

EXERCICE 1

Trouvez l'ensemble des diviseurs, ou facteurs de:

1. 25

2. 18

6-2 LES NOMBRES PREMIERS ET LES NOMBRES COMPOSÉS

Si nous essayons de trouver tous les diviseurs de chacun des éléments de $\mathbb{N}$, nous constatons que tous les nombres, sauf les nombres 0 et 1, ont au moins deux diviseurs; certains ont plus de deux diviseurs.

Par exemple, trouvons les facteurs ou diviseurs des 10 premiers éléments de $\mathbb{N}$, sauf 0.

1: 1	6: 1, 2, 3, 6
2: 1, 2	7: 1, 7
3: 1, 3	8: 1, 2, 4, 8
4: 1, 2, 4	9: 1, 3, 9
5: 1, 5	10: 1, 2, 5, 10.

Ainsi, les nombres 2, 3, 5, 7 n'ont que *deux facteurs* ou *diviseurs* possibles; 1 et le nombre lui-même. De tels nombres sont appelés *nombres premiers*. Par opposition, tous les autres nombres, c'est-à-dire, 1, 4, 6, 8, 9, ... sont appelés *nombres composés*.

EXEMPLE

Quels sont les nombres premiers compris entre 10 et 20?

SOLUTION

Trouvons tous les facteurs possibles de ces nombres, nous obtenons:

10 est divisible par 1, 2, 5, 10

11 est divisible par 1, 11

12 est divisible par 1, 2, 3, 4, 6, 12

13 est divisible par 1, 13

14 est divisible par 1, 2, 7, 14

15 est divisible par 1, 3, 5, 15

16 est divisible par 1, 2, 4, 8, 16

17 est divisible par 1, 17

18 est divisible par 1, 2, 3, 6, 9, 18

19 est divisible par 1, 19

20 est divisible par 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Les nombres premiers compris entre 10 et 20 sont donc:

11, 13, 17, 19,

car chacun de ces nombres ne possède comme diviseur que 1 et lui-même. Par opposition, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 sont des nombres composés.

À retenir:

> Nous appelons *nombres premiers* les nombres qui sont divisibles *seulement par* 1 et *par eux-mêmes*.

NOTE. 0 et 1 ne sont pas des nombres premiers.

EXERCICE 2

Trouvez les nombres premiers compris entre 0 et 40.

EXERCICE 3

Indiquez pour les nombres suivants s'ils sont premiers ou composés.

1. 11 _____ 2. 15 _____ 3. 37 _____

4. 81 _____ 5. 113 _____ 6. 351 _____

6-3 LA DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE EN SES FACTEURS PREMIERS

Les deux notions de facteur et de nombre premier peuvent être combinées pour donner celle de *facteur premier*; en effet, un nombre premier qui est en même temps un facteur d'un nombre, s'appelle un facteur premier de ce nombre.

Prenons par exemple, le nombre 36; 2 et 3 sont des facteurs premiers de 36, car 2 et 3 sont des facteurs de 36, et en plus 2 et 3 sont des nombres premiers. Comme 36, chaque nombre naturel possède un ou plusieurs facteurs premiers, et pour les trouver, nous utilisons une méthode appelée *la décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers.*

Que signifie décomposer un nombre en facteurs premiers?

Cela veut dire que nous devons trouver une multiplication, de nombres premiers seulement, dont le produit soit le nombre donné.

EXEMPLE

Trouvons la décomposition en facteurs premiers de 72.

SOLUTION

Divisons 72 par 2, le plus petit nombre premier.

$$72 \div 2 = 36,$$

donc, $72 = 2 \times 36.$

Comme 36 n'est pas un nombre premier, divisons-le par 2 lui aussi:

$$36 \div 2 = 18.$$

Ainsi, $36 = 2 \times 18.$

Donc, $72 = 2 \times 2 \times 18.$

De même, 18 n'étant pas premier, mais divisible par 2, nous obtenons:

$$18 \div 2 = 9.$$

Ainsi, $18 = 2 \times 9.$

Donc, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 9.$

Le facteur 9 n'est ni premier, ni divisible par 2, mais il est divisible par le nombre premier 3, d'où:

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 9$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3.$$

Donc, la décomposition de 72 en facteurs premiers est:

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3,$$

c'est-à-dire une multiplication de nombres premiers seulement dont le produit est 72.

Nous voyons donc qu'il s'agit de diviser le nombre et les quotients obtenus par des nombres premiers uniquement. Pour clarifier le travail, nous utilisons souvent un tableau formé de deux colonnes; dans la colonne de gauche, nous plaçons le facteur non premier, et dans celle de droite, le facteur premier utilisé pour la division.

Notre décomposition de 72 se ferait donc ainsi:

	72	2 → Facteur premier de 72
Résultat de 72 ÷ 2 →	36	2 → Facteur premier de 36
Résultat de 36 ÷ 2 →	18	2 → Facteur premier de 18
Résultat de 18 ÷ 2 →	9	3 → Facteur premier de 9
Résultat de 9 ÷ 3 →	3	3 → Facteur premier de 3
Résultat de 3 ÷ 3 →	1	

La multiplication de tous les facteurs de droite est la décomposition en facteurs premiers de 72: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$.

Les facteurs premiers de 72 sont donc 2 et 3, car ce sont les seuls facteurs utilisés pour obtenir 72.

> Pour trouver les facteurs premiers d'un nombre, il faut donc:
>
> 1) le décomposer en facteurs premiers,
> 2) énumérer chaque nombre premier contenu dans cette décomposition.

Note. Un facteur premier est nommé une seule fois dans l'énumération des facteurs premiers d'un nombre, même s'il apparaît plusieurs fois dans la décomposition d'un nombre.

EXEMPLE

Quels sont les facteurs premiers de 117?

SOLUTION

1) Trouvons d'abord la décomposition en facteur premier de 117.

- 117 n'est pas divisible par 2, mais il est divisible par 3:

117	3
39	

Résultat de 117 ÷ 3

- 39 est aussi divisible par 3:

117	3
39	3
13	

Résultat de 39 ÷ 3

- 13 est un nombre premier:

117	3
39	3
13	13
1	

Résultat de 13 ÷ 13

Donc la décomposition de 117 en facteurs premiers est:

$$3 \times 3 \times 13.$$

2) Les facteurs premiers de 117 sont donc 3 et 13.

EXERCICE 4

Décomposez chacun des nombres suivants en ses facteurs premiers.

1) 1 116

2) 3 785

3) 4 004

4) 5 112

EXERCICE 5

Trouvez les facteurs premiers des nombres suivants:

1. 140

2. 171

3. 287 4. 516

6-4 LES NOMBRES PAIRS ET LES NOMBRES IMPAIRS

Nous avons étudié les caractères de divisibilité des nombres. Nous savons donc que tout nombre dont le chiffre des unités est divisible par 2, est lui-même un nombre divisible par 2. Tous les nombres naturels qui possèdent cette caractéristique forment un des principaux sous-ensembles de $\mathbb{N}$; le sous-ensemble des *nombres pairs*, soit:

$$(0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots).$$

Remarquez que 0 est un nombre pair, car $0 \times 2 = 0$.

À retenir:

> Un *nombre pair* est un nombre *divisible par 2*.

Par opposition,

> Un *nombre impair* est tout nombre qui *n'est pas divisible par 2*.

EXEMPLE

Vérifions si les nombres suivants sont pairs ou impairs.

1) 246 2) 147

SOLUTION

1) 246 est un nombre pair car $246 = 2 \times 123$.

2) 147 est un nombre impair. En effet, puisque 7, le chiffre des unités dans 147, n'est pas divisible par 2, nous savons que 147 n'est pas divisible par 2.

EXERCICE 6

Les nombres suivants sont-ils pairs ou impairs?

1. 36 _____ 2. 75 _____ 3. 100 _____

4. 343 _____ 5. 936 _____ 6. 10 241 _____

EXERCICE 7

Donnez les 15 premiers nombres impairs.

EXERCICE 8

Identifiez dans l'ensemble suivant:

(1, 2, 3, 5, 11, 15, 21, 22, 36, 117)

a) les nombres pairs _____

b) les nombres impairs _____

c) les nombres premiers _____

d) les facteurs de 22 _____

e) les facteurs premiers de 15 _____

SEPTIÈME LEÇON

LES PROBLÈMES DE LA VIE COURANTE

OBJECTIF

RÉSOUDRE des problèmes de la vie courante faisant intervenir les quatre opérations arithmétiques, ces opérations étant effectuées sur des nombres naturels.

7-0 INTRODUCTION

Les problèmes qui vont suivre comportent plusieurs opérations. Lisez-les bien d'abord, puis appliquez les règles apprises lors de l'étude des quatre opérations mathématiques. Faites attention également à l'ordre des opérations.

7-1 LES PROBLÈMES ÉCRITS

Certains problèmes de la vie courante peuvent se résoudre en faisant appel aux opérations dans $\mathbb{N}$ que nous avons vues. Nous pouvons alors utiliser l'addition, la soustraction, la multiplication et la division dans $\mathbb{N}$ pour obtenir la solution numérique cherchée.

EXEMPLE 1

Sur 16 journaux, on en livre 7. Combien en reste-t-il à livrer?

SOLUTION

Il en reste 7 de moins que 16; $16 - 7 = 9$, donc il reste neuf journaux à livrer.

EXEMPLE 2

Un homme parcourt 12 km par jour pour se rendre à son travail. Combien de kilomètres parcourt-il en 5 jours?

SOLUTION

En 5 jours il parcourt 5 fois 12 km, or comme $5 \times 12 = 60$, il parcourt donc 60 km.

EXERCICE 1

Lors d'une vente dans un grand magasin, une mère de famille achète pour ses fillettes deux manteaux à 43 $. Si le marchand lui enlève 8 $ par article, combien déboursera-t-elle?

EXERCICE 2

Un homme parcourt en moyenne 22 km par jour pour son travail. S'il travaille 5 jours par semaine, combien de kilomètres a-t-il parcourus à la fin du mois?

EXERCICE 3

Avec quatre billets de 20 $, combien de paires de souliers puis-je me procurer, si le marchand les vend à 18 $ la paire? Combien d'argent me remettra-t-il?

EXERCICE 4

Votre salaire est 192 $ par semaine. Vous le partagez en trois parties égales et vous payez avec une de ces parties la nourriture de la semaine. Combien vous restera-t-il à la fin du mois pour les autres dépenses?

EXERCICE 5

Un avion léger vole à 150 km à l'heure. En combien de temps atteindra-t-il une ville située à 1 050 km du point de départ?

EXERCICE 6

Si un marchand vend sa crème glacée 15 cents le cône, combien puis-je me procurer de cônes avec cinq pièces de 10 cents?

EXERCICE 7

Au jeu, un homme perd successivement: 3 $ lors d'une première course, 5 $ à la deuxième et 7 $ à la troisième. Si son salaire hebdomadaire représente six fois le montant qu'il a perdu, trouvez combien il gagne par année.

EXERCICE 8

Au supermarché vous achetez 4 articles à 2 $ pièce, trois boîtes de conserve à 1 $ chacune, deux paquets à 3 $ chaque et 6 bouteilles à 1 $ la bouteille. Vous payez avec deux billets de 20 $. Combien vous rend-on?

EXERCICE 9

Vous héritez de 16 000 $. Vous mettez la moitié de cet argent en banque. Puis vous achetez une auto de 4 000 $. Vous payez une dette de 1 000 $. Combien chacun de vos quatre enfants recevrait-il si vous leur partagiez le reste?

EXERCICE 10

Un garagiste vend des pneus, deux pour 48 $. J'en achète quatre. Je donne trois billets de 20 $. Combien dois-je ajouter de billets de 10 $ pour finir de payer mon achat, et combien d'argent me remettra le garagiste?

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

Vous voilà rendu aux exercices récapitulatifs. Revoyez les notions encadrées et assurez-vous d'avoir bien compris le contenu de ce chapitre avant d'aller plus loin.

EXERCICE 1

Soit 8735. Que représente chaque chiffre de ce nombre?

a) 8 _____

b) 7 _____

c) 3 _____

d) 5 _____

Dans l'exercice 2, choisir la lettre correspondant à la bonne réponse.

EXERCICE 2

1. Dans 12 968, quel chiffre a le plus de valeur?

A) 6 B) 9 C) 8

D) 1 E) 2

2. Dans 345 978, quel chiffre représente les unités de mille?

A) 3 B) 9 C) 4

D) 5 E) 8

3. Dans 792, combien y a-t-il de dizaines?

A) 7 B) 9 C) 2

D) 79 E) 92

4. Dans 792, quel chiffre représente les dizaines?

A) 7 B) 9 C) 2

5. Dans 100, combien y a-t-il d'unités?

A) 1 B) 0 C) 10 D) 100

EXERCICE 3

1. Si je demande à la caissière d'échanger mon chèque de 984 $ en billets de 10 $, combien m'en donnera-t-elle? _____

2. Si j'échange 2 375 $ en billets de 100 $, combien en recevrai-je?

_____

3. Combien de billets de 1 000 $ me donnera-t-on en échange d'un chèque de 12 590?

_____

EXERCICE 4

Soit 6 538 014 le numéro du billet chanceux du prochain tirage de la loterie.

a) Quel chiffre représente les dizaines de mille? _____

b) Combien y a-t-il de centaines de mille au total? _____

c) Que représente 0? _____

d) Quel chiffre représente les unités de million? _____

e) Combien y a-t-il de centaines au total? _____

EXERCICE 5

Écrivez les nombres en chiffres ou en lettres selon le cas.

a) Cette voiture vaut 3400 $ soit _____

b) Cette maison est évaluée à soixante-dix-sept mille vingt dollars, soit _____ $.

c) Le nombre précédant 11 010 est _____ et s'écrit en lettres:
_____

d) Le nombre 10 101 suit le nombre _____ qui s'écrit en lettres: _____

e) Aimeriez-vous mieux gagner 11 010 $ ou 10 110 $?
Écrivez votre choix en lettres: _____

EXERCICE 6

1. Effectuez les soustractions suivantes:

a) $\begin{array}{r} 32\,019 \\ -\,21\,087 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 79\,312 \\ -\,52\,753 \\ \hline \end{array}$

2. Effectuez les multiplications suivantes:

a) $\begin{array}{r} 93\,180 \\ \times\quad 312 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 27\,903 \\ \times\quad 508 \\ \hline \end{array}$

3. Effectuez les divisions suivantes:

a) $4123 \div 3$

b) $3415 \div 5$

c) 45 320 ÷ 51 d) 3128 ÷ 4

EXERCICE 7

Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont des nombres premiers?

21, 47, 52, 113.

EXERCICE 8

1. Quelle est la valeur de l'expression mathématique suivante?

$$\frac{4(7 - 2) + 4(8 - 4)}{3(19 - 13)}$$

2. Quelle est la valeur de l'expression mathématique suivante?

$$\frac{5(8 - 3) - (3 - 2)}{3(6 - 4)}$$

EXERCICE 9

1. Vous héritez de 24 000 $. Vous placez la moitié de cet argent en banque. Puis vous achetez une auto de 8 000 $. Combien vous reste-t-il?

2. Au supermarché vous achetez 4 articles à 5 $ pièce, trois boîtes de conserves à 2 $ la boîte et 7 bouteilles à 3 $ chacune. Vous payez avec trois billets de 20 $. Combien vous revient-il?

3. Monsieur Labelle paie une voiture en 36 versements de 125 $. Quel aurait été le montant de chaque versement, s'il avait fait 20 versements pour s'acquitter de cette dette?

Vous pouvez maintenant rédiger le devoir 2.

CORRIGÉ DES EXERCICES

PREMIÈRE LEÇON

EXERCICE 1

a) F b) V c) V d) F e) V

EXERCICE 2

1. a) 1 b) 3 2. a) 3 b) 2
   c) 8 d) 8 c) 9 d) 7

EXERCICE 3

a) 9 b) 3
c) 2 d) 1

EXERCICE 4

a) 4 b) 8
c) 4 d) 7

EXERCICE 5

a) 9 b) 2
c) 1 d) 3

EXERCICE 6

1. 1, il représente une dizaine ou 10 unités.
2. 2, il représente 2 dizaines ou 20 unités.
3. 1, il représente une centaine ou cent unités.
4. 3, il représente 3 dizaines de mille ou 30 000 unités.

EXERCICE 7

1. 7 dizaines et 2 unités.
2. 1 dizaine et 9 unités.
3. 2 dizaines et 4 unités
4. 2 dizaines et 5 unités.

EXERCICE 8

1. 39 unités au total.
2. 69 unités au total.
3. 81 unités au total.
4. 99 unités au total.

EXERCICE 9

1. Il y a quatre façons de lire 7 240; en effet nous pouvons dire que le nombre 7 240 contient:
   - 7 unités de mille, 2 centaines, 4 dizaines, 0 unité;
   - 72 centaines, 4 dizaines, 0 unité;
   - 724 dizaines, 0 unité;
   - 7 240 unités.

2. Il y a quatre façons de lire 9 152; en effet nous pouvons dire que le nombre 9 152 contient:

   - 9 unités de mille, une centaine, 5 dizaines, 2 unités;
   - 91 centaines, 5 dizaines, 2 unités;
   - 915 dizaines, 2 unités;
   - 9 152 unités.

EXERCICE 10

1. 397
2. 4 396
3. 435
4. 1 236
5. 5 064, Il y a donc 0 centaine.

EXERCICE 11

Le nombre 436 peut se lire de 3 façons:

- 436 unités, ce qui donne 436 billets de 1,00 $;
- 43 dizaines et 6 unités, ce qui donne 43 billets de 10,00 $ et 6 billets de 1,00 $;
- 4 centaines et 36 unités, ce qui donne 4 billets de 100,00 $ et 36 billets de 1,00 $.

EXERCICE 12

a) 3 458

b) 345 car en plus du chiffre 5 qui représente 5 dizaines, nous avons 3 unités de mille qui représentent 30 centaines ou 300 dizaines, 4 centaines qui représentent 40 dizaines, donc 345 dizaines en tout.

c) 34 car en plus du chiffre 4 qui représente 4 centaines, le chiffre 3 représente 3 unités de mille ou 30 centaines.

EXERCICE 13

1. 30 800,00 $ 2. 2 290, 00 $ 3. 3 605 279

EXERCICE 14

1. Deux cents
2. Mille
3. Trois cent soixante-quinze

DEUXIÈME LEÇON

EXERCICE 1

0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 117, 120, 123, 126, 129, 132, 135, 138, 141, 144, 147, 150, 153, 156, 159, 162, 165, 168, 171, 174, 177, 180, 183, 186, 189, 192, 195, 198.

EXERCICE 2

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190, 195, 200.

EXERCICE 3

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102,
108, 114, 120, 126, 132, 138, 144, 150, 156, 162, 168, 174, 180,
186, 192, 198

EXERCICE 4

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112,
119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203.

EXERCICE 5

13, 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90, 97.

EXERCICE 6

36, 41, 46, 51, 56, 61, 66, 71, 76, 81, 86, 91, 96, 101.

EXERCICE 7

112, 120, 128, 136, 144, 152, 160, 168, 176, 184, 192, 200.

EXERCICE 8

301, 304, 307, 310, 313, 316, 319, 322, 325, 328, 331, 334, 337,
340, 343, 346, 349, 352, 355, 358, 361, 364, 367, 370, 373, 376,
379, 382, 385, 388, 391, 394, 397, 400.

EXERCICE 9

150, 145, 140, 135, 130, 125, 120, 115, 110, 105, 100, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, 0.

EXERCICE 10

1. 60 2. 48 3. 57

EXERCICE 11

1. 49 2. 48 3. 54 4. 50

EXERCICE 12

1. 97 2. 95 3. 97 4. 99

EXERCICE 13

1. 91 2. 57 3. 90 4. 80
5. 60 6. 91 7. 112 8. 104

EXERCICE 14

1. 760 2. 1 000 3. 11 000
4. 89 053 5. 100 000 6. 24 517

EXERCICE 15

1. 220
2. 1 142
3. 1 210
4. 11 112

TROISIÈME LEÇON

EXERCICE 1

1. 110
2. 122
3. 1 025
4. 0

EXERCICE 2

1. 5
2. 106
3. 108
4. 109

EXERCICE 3

1. 139
2. 180
3. 2 079
4. 1 999
5. 6 987
6. 980
7. 377
8. 7 425
9. 3 766

EXERCICE 4

1. 62 — 292 - 230 = 62
2. 261 — 800 - 539 = 261
3. 180 — 500 - 320 = 180

4. 440 1 300 - 860 = 440

5. 622 1 500 - 878 = 622

6. 695 3 204 - 2 509 = 695

7. 1 246 4 000 - 2 754 = 1 246

8. 1 542 5 000 - 3 458 = 1 542

EXERCICE 5

3 324 car 8 700 - 5 376 = 3 324

EXERCICE 6

7 car $12 - 7 + \underbrace{(14 - 2 + 3)} - \underbrace{(12 + 5 - 4)}$
$= 12 - 7 + 15 - 13 = 7.$

EXERCICE 7

C car $14 - \underbrace{(14 + 2 - 5)} + \underbrace{(13 - 9)} - \underbrace{(12 - 4 + 1 - 7)}$
$= 14 - 11 + 4 - 2 = 5.$

EXERCICE 8

180 car $70 + \underbrace{(140 - 20 + 30)} - \underbrace{(10 + 50 - 20)}$
$= 70 + 150 - 40 = 180.$

QUATRIÈME LEÇON

EXERCICE 1

1. 18	2. 21	3. 16
4. 30	5. 56	6. 24

EXERCICE 2

7 392

$$\begin{array}{r} 231 \\ \times\ 32 \\ \hline {}^{1}462 \\ 693 \\ \hline 7392 \end{array}$$

EXERCICE 3

336

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ 168 \\ \cdot\ 2 \\ \hline 336 \end{array}$$

EXERCICE 4

2 964 598

$$
\begin{array}{r}
\overset{1}{2}\ \overset{2}{3}66 \\
\times\ 1\ 253 \\
\hline
7\ 098 \\
118\ 30 \\
473\ 2 \\
2\ 366 \\
\hline
2\ 964\ 598
\end{array}
$$

Le produit est alors 2 964 598.

EXERCICE 5

1. 521 110
2. 709 140
3. 1 423 415
4. 6 213 105

EXERCICE 6

1. 54 $3(\underbrace{4+5}) + 9(\underbrace{1+2}) = 3(9) + 9(3) = 27 + 27 = 54$

2. 54 $6 + 7 + 5 + 4(\underbrace{2+7}) = 6 + 7 + 5 + 4(9) = 6 + 7 + 5 + 36$
$= 18 + 36 = 54.$

3. 26 $\underbrace{5 \times 4} + \underbrace{3 \times 2} = 20 + 6 = 26.$

4. 51 $\underbrace{7 \times 3} \times 2 + 9 = \underbrace{21 \times 2} + 9 = 42 + 9 = 51$

5. 133 $\underbrace{(7)(8)}(2) + 5 + 4(\underbrace{3+1}) = \underbrace{(56)(2)} + 5 + \underbrace{4(4)}$
$= 112 + 5 + 16 = 117 + 16 = 133.$

6. 45 $\underbrace{8 + 4} + 3 + \underbrace{5 + 2} = 32 + 3 + 10 = 35 + 10 = 45.$

7. 48 $(\underbrace{2 + 4})(\underbrace{3 + 5}) = (6)(8) = 48.$

8. 74 $7 + 3(\underbrace{2 + 7}) + (\underbrace{5 + 8}) = 7 + 3(9) + 40 = 7 + 27 + 40$
$= 34 + 40 = 74.$

CINQUIÈME LEÇON

EXERCICE 1

1. 2 car $2 \times 6 = 12$
2. 5 car $5 \times 5 = 25$
3. 4 car $4 \times 4 = 16$
4. 4 car $4 \times 5 = 20$
5. 3 car $3 \times 10 = 30$
6. 1 car $1 \times 11 = 11$

EXERCICE 2

1. 41

$$\begin{array}{r|l} 123 & 3 \\ -12 & 41 \\ \hline 03 & \\ -3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2. 43

$$\begin{array}{r|l} 215 & 5 \\ -20 & 43 \\ \hline 15 & \\ -15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

3. 45

$$\begin{array}{r|l} 765 & 17 \\ 68 & 45 \\ \hline 85 & \\ -85 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

4. 201

$$\begin{array}{r|l} 1608 & 8 \\ -16 & 201 \\ \hline 008 & \\ -8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

5. 11

```
132 |12
- 12  11
  12
- 12
   0
```

6. 11

```
264 |24
- 24  11
  24
- 24
   0
```

7. 1

```
372 |372
- 372  1
    0
```

8. 20

```
800 |40
- 80  20
  00
- 0
   0
```

9. 101

```
5050 |50
- 50   101
  050
- 50
    0
```

10. 1211

```
14 532 |12
- 12      1211
  2 5
- 2 4
    13
   -12
     12
    -12
      0
```

11. 401

```
10 025 |25
- 10 0   401
    025
  - 25
     0
```

12. 9

```
3915 |435
- 3915  9
     0
```

13. 92

```
 32 752 |356
- 32 04   92
    712
  - 712
     0
```

14. 879

```
494 877 |563
- 450 4    879
  44 47
- 39 41
   5 067
 - 5 067
       0
```

EXERCICE 3

1. 8 reste 1

$$\begin{array}{r|l} 17 & 2 \\ \hline -\,16 & 8 \\ \hline 1 & \end{array}$$

PREUVE: $2 \times 8 = 16$
et $16 + 1 = 17.$

2. 11 reste 7

$$\begin{array}{r|l} 139 & 12 \\ \hline -\,12 & 11 \\ \hline 19 & \\ -\,12 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

PREUVE: $12 \times 11 = 132$
et $132 + 7 = 139$

3. 16 reste 7

$$\begin{array}{r|l} 247 & 15 \\ \hline -\,15 & 16 \\ \hline 97 & \\ -\,90 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

PREUVE: $15 \times 16 = 240$
et $240 + 7 = 247$

4. 112 reste 17

$$\begin{array}{r|l} 2145 & 19 \\ \hline -\,19 & 112 \\ \hline 24 & \\ -\,19 & \\ \hline 55 & \\ -\,38 & \\ \hline 17 & \end{array}$$

PREUVE: $19 \times 112 = 2128$
et $2128 + 17 = 2145$

5. 100 reste 28

$$\begin{array}{r|l} 3128 & 31 \\ \hline -\,31 & 100 \\ \hline 028 & \end{array}$$

PREUVE: $31 \times 100 = 3100$
et $3100 + 28 = 3128$

6. 137 reste 27

$$\begin{array}{r|l} 4000 & 29 \\ \hline -\,29 & 137 \\ \hline 110 & \\ -\,87 & \\ \hline 230 & \\ -\,203 & \\ \hline 27 & \end{array}$$

PREUVE: $29 \times 137 = 3973$
et $3973 + 27 = 4000$

7. 108 reste 31

```
4351 | 40
-40  | 108
 351
-320
  31
```

PREUVE: 40 × 108 = 4320
et 4320 + 31 = 4351

8. 100 reste 81

```
9081 | 90
-90  | 100
 081
```

PREUVE: 90 × 100 = 9000
et 9000 + 81 = 9081

9. 101 reste 11

```
5061 | 50
-50  | 101
 061
-50
  11
```

PREUVE: 50 × 101 = 5050
et 5050 + 11 = 5061

10. 2173 reste 1

```
36 942 | 17
-34    | 2173
 2 9
-1 7
 1 24
-1 19
    52
   -51
     1
```

PREUVE: 17 × 2173 = 36 941
et 36 941 + 1 = 36 942

11. 1640 reste 17

```
45 937 | 28
-28    | 1640
 17 9
-16 8
  1 13
 - 1 12
     17
```

PREUVE: 28 × 1640 = 45 920
et 45 920 + 17 = 45 937

12. 22 reste 3

```
5635 | 256
-512 | 22
 515
-512
   3
```

PREUVE: 256 × 22 = 5632
et 5632 + 3 = 5635

EXERCICE 4

1. A	2. D	3. C	4. B
5. C	6. D	7. C	8. D

EXERCICE 5

1. Non	2. Oui	3. Oui
4. Oui	5. Non	6. Oui

EXERCICE 6

1. C	2. D	3. C
4. A	5. C	6. D

EXERCICE 7

29 car $2(9 + 2) - \frac{(10 + 6)}{4} + 5(\quad 3) - \frac{(24 - 12)}{3}$

$= 2(11) - \frac{(16)}{4} + 5(3) - \frac{(12)}{3}$

$= 22 - 4 + 15 - 4 = 29.$

EXERCICE 8

1. 1 car $\frac{3(6 - 2) + 4(7 - 5)}{5(18 - 14)} = \frac{3(4) + 4(2)}{5(4)}$

$\frac{12 + 8}{20} = \frac{20}{20} = 1.$

2. 3 car $\frac{(234 + 307) - 2(225 - 79)}{2(37 + 14) - (97 - 78)} = \frac{541 - 2(146)}{2(51) - 19}$

$$= \frac{541 - 292}{102 - 19}$$

$$= \frac{249}{83} = 3.$$

3. 7 car $\frac{5(7 - 4) + 2(12 - 9)}{(21 - 7 - 11)} = \frac{5(3) + 2(3)}{(3)}$

$$= \frac{15 + 6}{3} = \frac{21}{3} = 7.$$

4. 3 car $\frac{19(4 + 3) - 15(3 + 5) - 7}{2(7 + 9 - 15)} = \frac{19(7) - 15(8) - 7}{2(1)}$

$$\frac{133 - 120 - 7}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

SIXIÈME LEÇON

EXERCICE 1

1) L'ensemble des diviseurs de 25 est: {1,5,25}.

2) L'ensemble des diviseurs de 18 est: {1,2,3,6,9,18}.

En effet,

1 et 18 sont des diviseurs de 18.

En effectuant 18 ÷ 2, nous trouvons 9; 2 et 9 sont deux autres diviseurs de 18.

Nous pouvons éliminer 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 qui sont entre 9 et 18:

2,3,4,5,6,7,8,9,~~10~~,~~11~~,~~12~~,~~13~~,~~14~~,~~15~~,~~16~~,~~17~~.

En effectuant 18 ÷ 3, nous trouvons 6; 3 et 6 sont deux autres diviseurs de 18. Nous éliminons 7 et 8 qui sont entre 6 et 9:

2,3,4,5,6,~~7~~,~~8~~,9.

Puisque 4 et 5 ne divisent pas 18 sans reste, les diviseurs de 18 sont 1, 2, 3, 6, 9, 18.

EXERCICE 2

L'ensemble des nombres premiers compris entre 0 et 40 est:
{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37}

car ce sont les seuls nombres compris entre 0 et 40 divisibles seulement par 1 et par eux-mêmes.

EXERCICE 3

1. premier car 11 est divisible par 1 et 11 seulement.
2. composé car 15 est divisible par 1, 3, 5 et 15.
3. premier car 37 est divisible par 1 et 37 seulement.
4. composé car 81 est divisible par 1, 3, 9, 27 et 81.
5. premier car 113 est divisible par 1 et 113 seulement.
6. composé car 351 est divisible par 1, 3, 9, 13, 27, 39, 117 et 351.

EXERCICE 4

1. $1\,116 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 31$

car

1 116	2
558	2
279	3
93	3
31	31
1	

2. $3\,785 = 5 \times 757$

car

3 785	5
757	757
1	

3. $4\,004 = 2 \times 2 \times 7 \times 11 \times 13$

car

4 004	2
2 002	2
1 001	7
143	11
13	13
1	

4. $5\,112 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 71$

car

5 112	2
2 556	2
1 278	2
639	3
213	3
71	71
1	

EXERCICE 5

1. 2, 5, 7

   car $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$

2. 3, 19

   car $171 = 3 \times 3 \times 19$

3. 7, 41

   car $287 = 7 \times 41$

4. 2, 3, 43

   car $516 = 2 \times 2 \times 3 \times 43$

EXERCICE 6

1. Pair
2. Impair
3. Pair
4. Impair
4. Pair
6. Impair

EXERCICE 7

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29.

EXERCICE 8

a) 2, 22, 36

b) 1, 3, 5, 11, 15, 21, 117

c) 2, 3, 5, 11

d) 1, 2, 11, 22

e) 3, 5

SEPTIÈME LEÇON

EXERCICE 1

70 $

Prix d'un manteau: 43 $ - 8 $ = 35 $.

Prix des deux manteaux: 35 $ × 2 = 70 $.

Nous aurions pu calculer ainsi, en tenant compte de la priorité des opérations:

$$2(43\ \$ - 8\ \$) = 2(35\ \$)$$

$$= 70\ \$.$$

EXERCICE 2

440 km

Nombre de km parcourus dans une semaine:

$$22 \times 5 = 110 \text{ km.}$$

Nombre de km parcourus à la fin du mois:

$$110 \times 4 = 440 \text{ km}$$

ou bien $22 \times 5 \times 4 = 440$ km.

EXERCICE 3

4 paires
8 $

Montant que je possède: $20 \$ \times 4 = 80 \$$.

Nombre de paires de souliers que je puis avoir:

$$80 \$ \div 18 \$ = 4 \text{ reste } 8 \$.$$

J'aurai donc 4 paires de souliers et le marchand me remettra 8 $.

EXERCICE 4

512 $

Montant dépensé pour la nourriture: $192 \$ \div 3 = 64 \$$.

Reste par semaine: $192 \$ - 64 \$ = 128 \$$.

Reste par mois: $128 \$ \times 4 = 512 \$$.

EXERCICE 5

7 heures

Le temps requis: $1\,050 \div 150 = 7$ heures.

EXERCICE 6

3 cônes
5 cents

Montant d'argent que j'ai en mains: 5 × 10 = 50 cents.

Nombre de cônes que je puis avoir: 50 ÷ 15 = 3, reste 5.

Je peux donc avoir 3 cônes et il me revient 5 cents.

EXERCICE 7

4 680 $

Perte totale: 3 $ + 5 $ + 7 $ = 15 $.

Salaire hebdomadaire: 15 $ × 6 = 90 $.

Salaire annuel: 90 $ × 52 = 4 680 $.

EXERCICE 8

17 $

Dépenses totales: 2 $ × 4 = 8 $
1 $ × 3 = 3 $
3 $ × 2 = 6 $
1 $ × 6 = 6 $

8 $ + 3 $ + 6 $ + 6 $ = 23 $.

Montant en mains: 20 $ × 2 = 40 $.

Montant qui revient: 40 $ - 23 $ = 17 $.

EXERCICE 9

750 $

Argent en banque: 16 000 $ ÷ 2 = 8 000 $

Balance: 16 000 $ - 8 000 $ = 8 000 $

Autres dépenses: 4 000 $ + 1 000 $ = 5 000 $

Argent restant à partager: 8 000 $ - 5 000 $ = 3 000 $

Part de chaque enfant: 3 000 $ ÷ 4 = 750 $.

EXERCICE 10

4 billets
4 $

Prix de 4 pneus: 2 × 48 $ = 96 $

Balance à payer: 96 $ - (3 × 20 $) = 36 $

Montant obtenu avec 4 billets de 10 $: 4 × 10 $ = 40 $

Le garagiste me remettra: 40 $ - 36 $ = 4 $.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

EXERCICE 1

a) 8 représente 8000 unités ou 8 unités de mille.

b) 7 représente 700 unités ou 7 centaines.

c) 3 représente 30 unités ou 3 dizaines.

d) 5 représente 5 unités.

EXERCICE 2

1. D, car 1 représente 10 000 unités.

2. D 3. D 4. B 5. D

EXERCICE 3

1. 98 billets de 10 $ plus 4 billets de 1 $.

2. 23 billets de 100 $ plus 75 autres dollars.

3. 12 billets de 1000 $ plus 590 autres dollars.

EXERCICE 4

a) 3.

b) 65.

c) les centaines.

d) 6.

e) 65 380.

EXERCICE 5

a) Trois mille quatre cents dollars.

b) 77 020 $.

c) 11 009, onze mille neuf.

d) 10 100, dix mille cent.

e) onze mille dix dollars (11 010$).

EXERCICE 6

1. a) 10 932. b) 26 559.
2. a) 29 072 160. b) 14 174 724.
3. a) 1374, reste 1. b) 683.
   c) 888, reste 32. d) 782.

EXERCICE 7

47 et 113 sont des nombres premiers n'étant divisibles que par 1 et par eux-mêmes.

EXERCICE 8

1. 2 car $\frac{4(7-2)+4(8-4)}{3(19-13)} = \frac{4(5)+4(4)}{3(6)}$

$$\frac{20+16}{18} = \frac{36}{18} = 2.$$

2. 4 car $\frac{5(8-3)-(3-2)}{3(6-4)} = \frac{5(5)-(1)}{3(2)}$

$$\frac{25-1}{6} = \frac{24}{6} = 4.$$

EXERCICE 9

1. 4 000 $

Argent en banque:		24 000 ÷ 2 = 12 000.
Balange	:	24 000 - 12 000 = 12 000.
Autre dépense	:	8 000.
Reste	:	12 000 - 8 000 = 4 000.

2. 13 $ Dépenses totales: 4 × 5 $ = 20 $
3 × 2 $ = 6 $
7 × 3 $ = 21 $
47 $.

Il vous revient : (3 × 20) - 47 = 60 - 47 = 13 $.

3. 225 $ Versement total: 36 × 125 $ = 4 500 $
Montant en 20 versements: 4 500 ÷ 20 = 225 $

FIN

CHAPITRE 3

LES FORMES GÉOMÉTRIQUES

OBJECTIF TERMINAL

Parmi des formes géométriques données, IDENTIFIER:

a) un carré,
b) un rectangle,
c) un triangle isocèle,
d) un triangle scalène,
e) un triangle rectangle,
f) un triangle équilatéral,
g) un parallélogramme,
h) un losange,
i) un trapèze,
j) un cercle,
k) un cube,
l) un prisme rectangulaire,
m) une pyramide,
n) un cylindre,
o) un cône,
p) une sphère.

SOMMAIRE

Première leçon: Les éléments de base de la géométrie 243
Deuxième leçon: les polygones et les polyèdres 259
Exercices récapitulatifs 279
Corrigé des exercices 287

PREMIÈRE LEÇON

LES ÉLÉMENTS DE BASE DE LA GÉOMÉTRIE

OBJECTIF

DÉFINIR le point, la ligne, la droite, la demi-droite, le segment de droite, la perpendiculaire, la parallèle, l'angle aigu, l'angle droit, l'angle obtus.

1-0 INTRODUCTION

Il y a plus de 2000 ans, les anciens Grecs contribuaient de façon magistrale au développement de la géométrie qui est la base de la technique moderne. Pensons seulement aux plans innombrables qui sont construits chaque jour. Ce fascicule nous apporte les bases des données géométriques. Son étude nous permet d'acquérir un vocabulaire technique qui sera très utile quand nous utiliserons les notions de géométrie. Nous entreprenons ici l'étude des définitions des éléments de base de la géométrie.

1-1 LES DÉFINITIONS DES ÉLÉMENTS DE BASE DE LA GÉOMÉTRIE

Le *point* est l'élément fondamental de l'étude des figures géométriques, cependant il ne peut pas être défini. Nous pouvons seulement en donner une représentation visuelle pour nous aider à comprendre ce qu'il est.

Ainsi, lorsque nous traçons deux petits traits qui se coupent, la rencontre de ces deux traits représente un point. Dans la figure qui suit, nous avons représenté de cette manière un point appelé A.

Fig. 1-1 Un point A.

La trace laissée sur le papier par la pointe d'un crayon est aussi une représentation visuelle d'un point.

Fig 1-2 Un point B.

Nous désignons un point par une lettre majuscule placée à côté de lui; ceci nous permet de dire le point A ou le point B.

En se déplaçant sur le papier, la pointe du crayon engendre un trait plus ou moins long appelé *ligne*. Ainsi, nous pouvons dire qu'une *ligne est une succession de points*.

Si en traçant une ligne, nous ne gardons pas toujours la même direction, nous obtenons des lignes du genre de celle-ci:

Fig. 1-3 Une ligne AB.

Cette ligne est une *ligne courbe*; par contre, la ligne obtenue en tendant solidement un fil entre deux points A et B est une *ligne droite*.

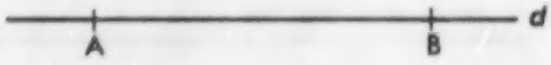


Fig. 1-4 Une droite ***d***.

Nous nommons une droite à l'aide d'une lettre minuscule. Dans la figure précédente, la droite peut donc s'appeler la droite ***d***.

Pour tracer des lignes droites sur le papier nous nous servons d'un instrument appelé *règle*.

La règle est une petite lame en bois, en métal ou en plastique dont chaque bord est en ligne droite.

Fig. 1-5 Une règle.

Une droite est illimitée dans les deux sens; même si nous ne pouvons en tracer qu'une partie à l'aide d'une règle, nous pourrions toujours la prolonger indéfiniment de chaque côté.

Voyons maintenant les figures que nous obtenons si nous ne gardons qu'une portion d'une droite. En effet, si nous choisissons un point quelconque sur une droite donnée, nous partageons cette droite en deux parties; chacune de ces parties s'appelle une *demi-droite*. Ainsi dans la figure qui suit, le point O détermine sur la droite *a*, deux demi-droites:

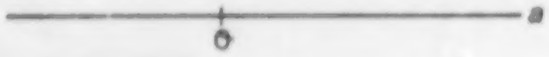


Fig. 1-6 Deux demi-droites.

Si nous voulons identifier l'une ou l'autre de ces demi-droites, nous choisissons sur chaque demi-droite un point quelconque, différent de O:

Fig. 1-7 Les demi-droites OA et OB.

Nous pouvons alors parler de la demi-droite OA et de la demi-droite OB. Le point où commence une demi-droite s'appelle *l'origine* de la demi-droite.

Dans la figure précédente, la demi-droite OA possède pour origine le point O, et elle est illimitée à partir de O dans la direction du point A.

De même, la demi-droite $\overrightarrow{OB}$ possède le point O pour origine et elle est illimitée en direction du point B.

> Une *demi-droite* est une portion de droite limitée par un seul point appelé origine.

Nous venons de voir qu'une demi-droite est illimitée d'un côté mais que de l'autre côté elle est limitée par une origine. Voyons maintenant une portion de droite limitée aux deux extrémités.

Considérons la figure suivante:

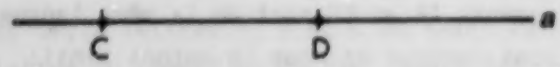


Fig. 1-8 Les points C et D sur la droite *a*.

Les points C et D et la portion de la droite *a* comprise entre ces points C et D forment le segment CD, que nous notons $\overline{CD}$.

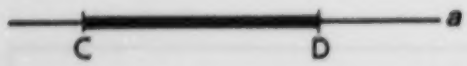


Fig. 1-9 Le segment CD.

Le trait placé au-dessus des lettres C et D veut dire "segment". Ainsi, $\overline{AB}$ se lit "segment AB".

> Un *segment de droite* est une portion de droite limitée par deux points.

Un segment étant limité aux deux extrémités, nous pouvons en mesurer la longueur à l'aide d'une règle graduée. Dans la figure suivante:

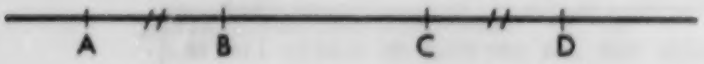


Fig. 1-10 Les segments AB, BC et CD

les segments AB, BC et CD mesurent respectivement 2 cm, 3 cm et 2 cm. Nous notons ces résultats ainsi:

$$\text{mesure de } \overline{AB} = m\,\overline{AB} = 2 \text{ cm},$$

$$\text{mesure de } \overline{BC} = m\,\overline{BC} = 3 \text{ cm},$$

$$\text{mesure de } \overline{CD} = m\,\overline{CD} = 2 \text{ cm}.$$

Nous constatons que les segments AB et CD sont de la même longueur; nous disons alors qu'ils sont congrus et nous le notons ainsi:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}.$$

En réunissant des droites, des demi-droites ou des segments de droite, nous obtenons d'autres formes géométriques simples; une de celles-ci est l'angle.

> Deux demi-droites issues d'un même point forment un *angle*.

L'origine commune des demi-droites est le *sommet* de l'angle et les deux demi-droites, ses *côtés*.

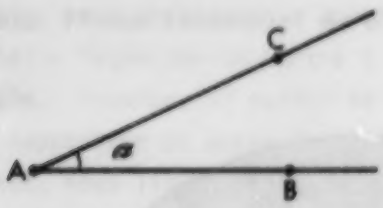


Fig. 1-11 Un angle a.

Dans la figure précédente, les demi-droites AC et AB déterminent un angle dont le sommet est le point A.

Nous nommons cet angle:

- soit par la lettre A de son sommet: angle A, noté $\angle A$

- soit par les trois lettres A, B et C en ayant soin de toujours placer la lettre du sommet au centre: angle BAC, noté $\angle BAC$,

ou angle CAB, noté $\angle CAB$;

- soit par une lettre minuscule placée à l'intérieur de l'angle: angle a ou $\angle a$.

Lorsque les deux demi-droites qui forment un angle sont en ligne droite, nous disons que nous avons un *angle plat*.

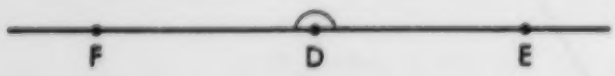


Fig. 1-12 L'angle plat FDE.

L'angle FDE est un angle plat, car F, D et E sont sur une même droite.

Les angles se mesurent au moyen d'un instrument appelé *rapporteur*.

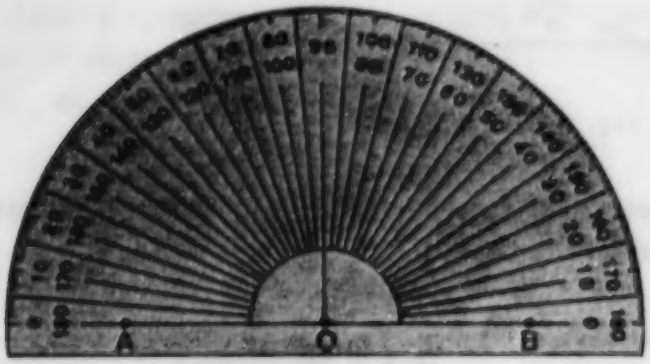


Fig. 1-13 Le rapporteur.

Le rapporteur représente un angle plat AOB divisé en 180 unités appelées *degrés*.

La ligne AB, appelée *ligne de foi*, porte en son milieu une petite entaille O qui marque le centre du rapporteur, ou le sommet de l'angle. Voyons comment nous servir de cet instrument pour mesurer un angle.

Mesurons l'angle MON suivant:

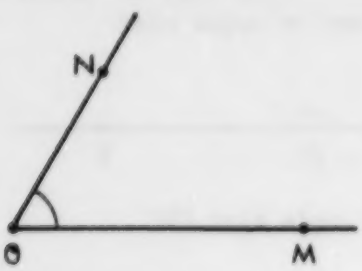


Fig. 1-14 L'angle MON.

Pour mesurer cet angle, nous appliquons d'abord la ligne de foi AB sur le côté $\overrightarrow{OM}$, de telle façon que le centre O du rapporteur soit au sommet O de l'angle. Ensuite, il suffit de lire le nombre marqué sur la ligne du rapporteur où passe le côté $\overrightarrow{ON}$. Comme l'illustre la figure suivante, nous lisons que la mesure de l'angle MON est 60 degrés, ce que nous notons par:

$$\text{mesure de } \angle MON = m\angle MON = 60^{0}.$$

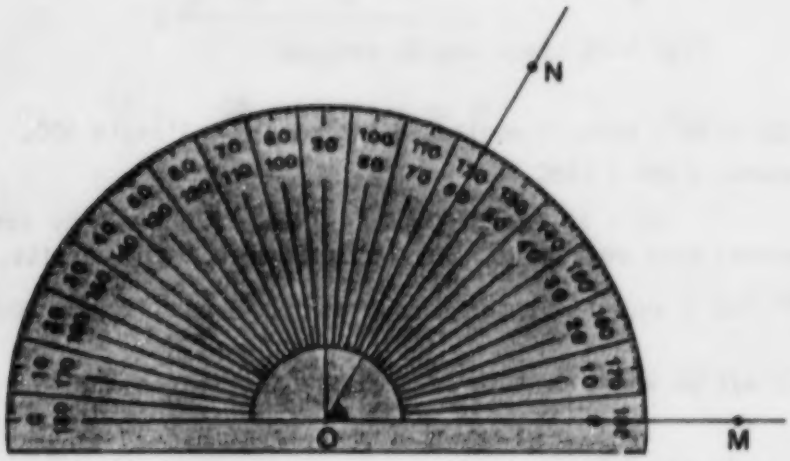


Fig. 1-15 La mesure de l'angle MON.

Comme nous l'avons fait pour les segments, nous disons que deux angles sont congrus, s'ils ont la même mesure.

Dans la figure suivante:

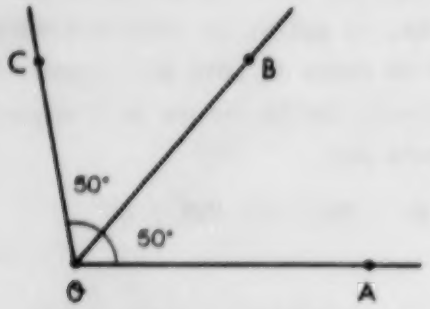


Fig. 1-16 Deux angles congrus.

$m\angle AOB = m\angle BOC = 50^{\circ}$; donc, l'angle AOB est congru à l'angle BOC, et nous le notons: $\angle AOB \cong \angle BOC$.

Selon leur mesure, nous pouvons classer les angles en angles droits, aigus ou obtus.

Un *angle droit* est un angle dont la mesure est exactement 90°.

Considérons l'angle ABC suivant:

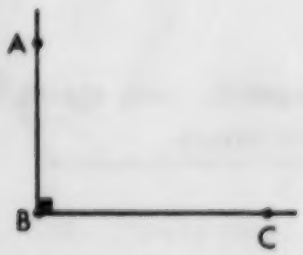


Fig. 1-17 L'angle droit ABC.

Cet angle est un angle droit car $m\angle ABC = 90^{\circ}$.

Un *angle aigu* est un angle dont la mesure est inférieure à 90°.

Considérons l'angle DEF suivant:

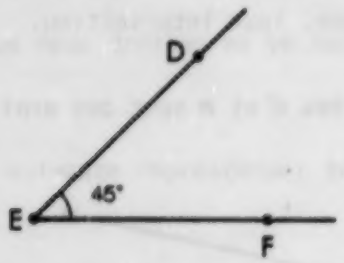


Fig. 1-18 L'angle aigu DEF.

Cet angle est un angle aigu car $m\angle DEF = 45^{\circ}$ et $45 < 90$.

Un *angle obtus* est un angle dont la mesure est supérieure à 90°.

Considérons l'angle EFG suivant:

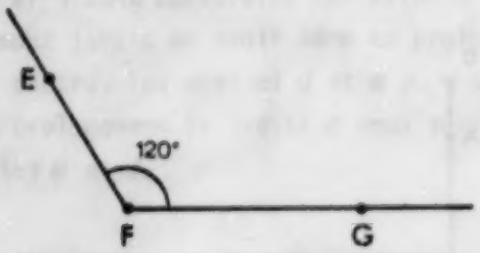


Fig. 1-19 L'angle obtus EFG.

Cet angle est un angle obtus car $m\angle EFG = 120^{\circ}$ et $120 > 90$.

Lorsque nous traçons deux ou plusieurs droites, nous déterminons parfois d'autres formes géométriques que nous allons voir maintenant.

Si deux droites se coupent, nous disons qu'elles sont *concourantes*; elles n'ont qu'un seul point commun, leur intersection.

Dans la figure suivante, les droites ***d*** et ***e*** sont des droites concourantes:

Fig. 1-20 Deux droites concourantes.

En observant ces droites, nous voyons qu'en se coupant elles forment des angles; s'il arrive qu'un de ces angles est droit, nous disons que les droites sont *perpendiculaires*.

Considérons la figure suivante:

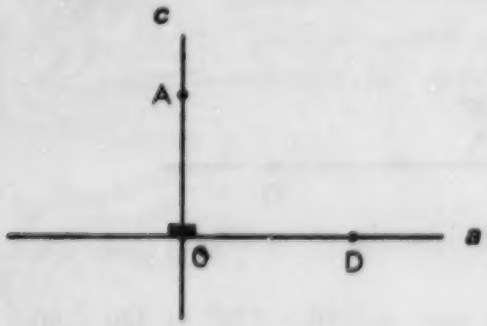


Fig. 1-21 Deux droites perpendiculaires.

Les droites a et c sont deux droites perpendiculaires car l'angle AOD est droit.

Une droite **c** est *perpendiculaire* à une droite **a** si l'un des angles qu'elle forme avec **a** est droit.

Il arrive cependant que deux droites ne se rencontrent jamais; ce sont des *parallèles*.

Considérons la figure suivante représentant trois droites **d**, **e** et **f**:

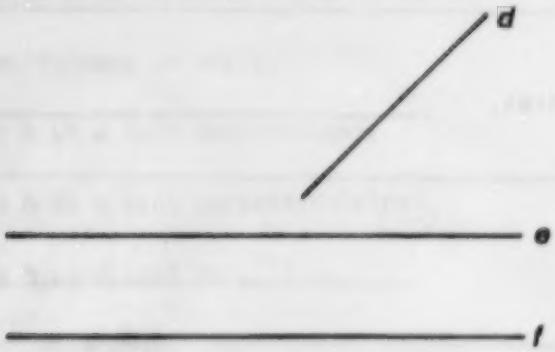


Fig. 1-22 Les droites **d**, **e** et **f**.

Les deux droites **e** et **f** sont parallèles car elles n'ont aucun point commun, et ne pourront jamais en avoir même en prolongeant leur représentation. Par contre, les droites **d** et **e** ou **d** et **f** ne sont pas parallèles, car en prolongeant la droite **d** nous verrions qu'elle rencontre les droites **e** et **f**.

Des droites sont *parallèles*, si elles n'ont aucun point commun.

Note. Comme les droites, les segments peuvent être perpendiculaires ou parallèles.

EXERCICE 1

Définissez:

1. segment de droite,

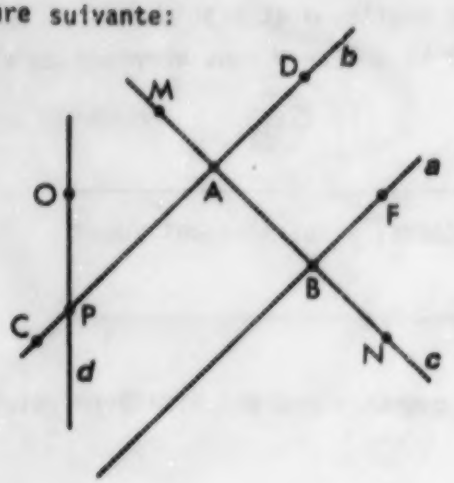
2. angle obtus,

3. droites perpendiculaires,

4. angle droit.

EXERCICE 2

Considérez la figure suivante:



Selon que les propositions suivantes sont vraies ou fausses, répondez par V ou F dans le cercle de droite.

a) nous désignons le point A par la lettre A, ○

b) ∠CAM est un angle obtus, ○

c) la droite ***a*** est limitée, ○

d) la demi-droite BF a le point B pour origine, ○

e) deux droites forment un angle, ○

f) les droites ***b*** et ***a*** sont concourantes, ○

g) les droites ***b*** et ***c*** sont perpendiculaires, ○

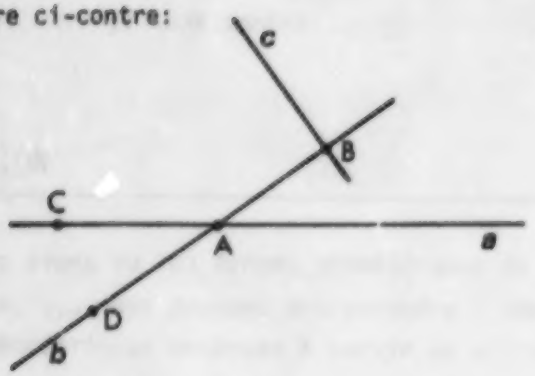
h) les droites ***b*** et ***d*** sont parallèles, ○

i) ∠OPA est un angle aigu, ○

j) ∠NAD est un angle droit. ○

EXERCICE 3

Considérez la figure ci-contre:



Nommez, s'il y a lieu:

a) une droite, _____

b) une demi-droite, _____

c) un segment de droite, _____

d) deux droites perpendiculaires, _____

e) deux droites parallèles, _____

f) un angle aigu, _____

g) un angle droit, _____

h) un angle obtus. _____

DEUXIÈME LEÇON

LES POLYGONES ET LES POLYÈDRES

OBJECTIF

Parmi des formes géométriques données,
IDENTIFIER

a) un carré
b) un rectangle
c) un triangle isocèle
d) un triangle scalène
e) un triangle rectangle
f) un triangle équilatéral
g) un parallélogramme
h) un losange
i) un trapèze
j) un cercle
k) un cube
l) un prisme rectangulaire
m) une pyramide
n) un cylindre
o) un cône
p) une sphère.

2-0 INTRODUCTION

Maintenant que nous avons vu les formes géométriques de base: point, droite, demi-droite, ... nous pouvons entreprendre l'identification d'autres figures géométriques obtenues à partir de celles-ci.

2-1 LES TRIANGLES

Lorsque deux ou plusieurs segments sont réunis à leurs extrémités, ils forment une ligne brisée.

Nous distinguons deux variétés de lignes brisées: la ligne brisée ouverte et la ligne brisée fermée.

Considérons les figures suivantes:

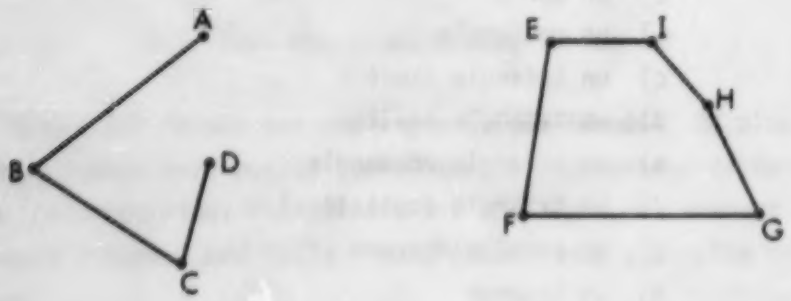


Fig. 2-1 Deux lignes brisées.

La figure ABCD est formée par une ligne brisée ouverte et la figure EFGHI est formée par une ligne brisée fermée.

Dans les deux premières sections de cette leçon, nous nous intéresserons plus spécialement aux figures géométriques formées par une ligne brisée fermée.

Observons la figure suivante:

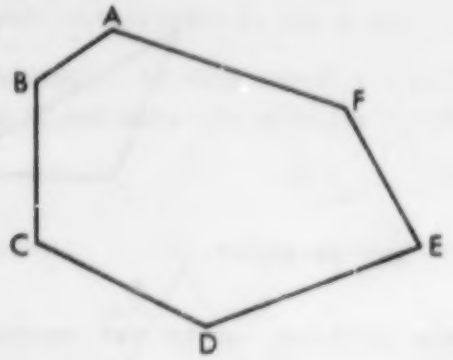


Fig. 2-2 Une ligne brisée fermée

Cette figure est formée par une ligne brisée fermée. De plus, si nous choisissons deux points quelconques à l'intérieur de cette figure, nous pourrions les joindre par une ligne entièrement incluse dans cette figure. Une telle figure géométrique s'appelle un *polygone*.

Ainsi, la figure 2-2 illustre le polygone ABCDEF.

Les segments AB, BC, CD, DE, EF, FA sont les côtés du polygone, les points A, B, C, D, E, F en sont les sommets.

Dans cette section, notre étude portera sur les polygones à trois côtés.

Les polygones ayant trois côtés ont aussi trois angles, et portent pour cette raison le nom de *triangles*.

Un *triangle* est un polygone ayant trois côtés.

Considérons la figure suivante:

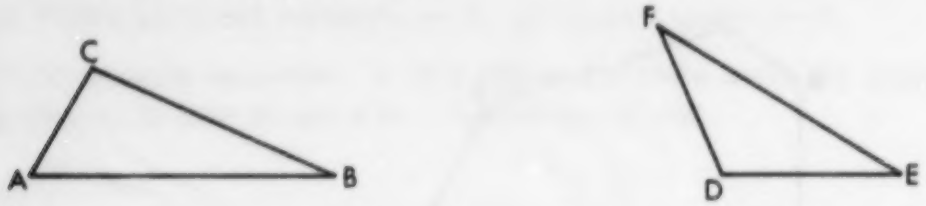


Fig. 2-3 Deux triangles.

Pour désigner un triangle, nous utilisons les lettres représentant ses sommets. Ainsi nous disons le triangle ABC, le triangle DEF et nous notons ces expressions ainsi: triangle ABC noté ΔABC, triangle DEF noté ΔDEF.

Il existe différentes variétés de triangles, selon les caractéristiques de leurs côtés ou de leurs angles. C'est pourquoi nous verrons maintenant le triangle rectangle, le triangle équilatéral, le triangle isocèle et le triangle scalène.

Considérons la figure suivante:

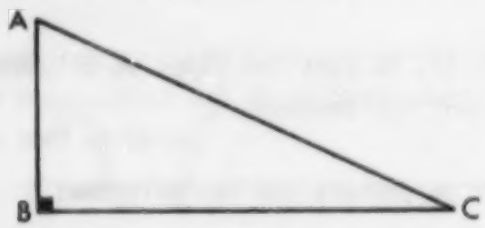


Fig. 2-4 Un triangle rectangle ABC.

Nous remarquons que la mesure de l'angle B est 90^{o}. Nous appelons *triangle rectangle* un triangle ayant un angle de 90^{o}.

Un triangle *rectangle* est un triangle ayant un angle droit.

Ainsi le ΔABC de la figure précédente est un triangle rectangle et nous disons qu'il est rectangle en B, car B est l'angle droit.

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé *hypoténuse*; le côté AC est donc l'hypoténuse du ΔABC.

Soit le triangle suivant:

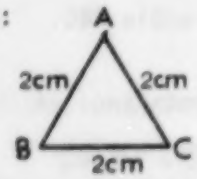


Fig. 2-5 Un triangle équilatéral ABC.

Si nous mesurons chacun des côtés, nous obtenons:

$m\ \overline{AB} = 2$ cm, $m\ \overline{BC} = 2$ cm, $m\ \overline{CA} = 2$ cm.

Comme ce triangle possède trois côtés congrus, $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{AC}$,

nous disons qu'il est équilatéral.

> Un triangle *équilatéral* est un triangle dont les trois côtés sont congrus.

Cependant, si un triangle ne possède que deux côtés congrus, nous disons qu'il est *isocèle*.

Ainsi, soit le triangle suivant:

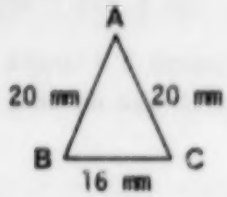


Fig. 2-6 Un triangle isocèle ABC.

Si nous mesurons chacun des côtés, nous obtenons:

$m\ \overline{AB} = 20$ mm, $m\ \overline{AC} = 20$ mm, $m\ \overline{BC} = 16$ mm,

et le triangle ABC est isocèle, car $\overline{AB} \cong \overline{AC}$.

De plus, les angles de ce triangle ont pour mesures:
$m\ \angle ABC = 69^{\circ}$, $m\ \angle ACB = 69^{\circ}$, $m\ \angle BAC = 42^{\circ}$.

Ceci nous permet de remarquer que dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus; les angles ABC et ACB sont opposés aux côtés AC et AB, et nous avons $\angle ABC \cong \angle ACB$ et $\overline{AC} \cong \overline{AB}$.

Un triangle *isocèle* est un triangle ayant deux côtés congrus.

Le triangle ABC suivant est appelé scalène,
car il a trois côtés non congrus.

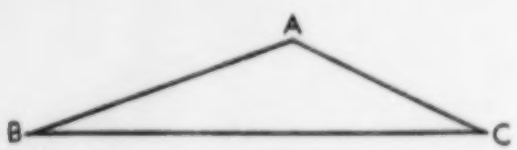


Fig. 2-7 Un triangle scalène ABC

Un triangle qui a ses trois côtés non congrus est appelé *scalène*.

Note. Un triangle peut être à la fois rectangle et scalène.

Certains segments ou droites sont remarquables dans un triangle. Nous appelons *base* d'un triangle un des trois côtés pris à volonté, en général le côté sur lequel le triangle semble s'appuyer. Nous appelons *hauteur* d'un triangle la perpendiculaire abaissée de l'un des sommets sur le côté opposé ou sur son prolongement.

Considérons la figure suivante:

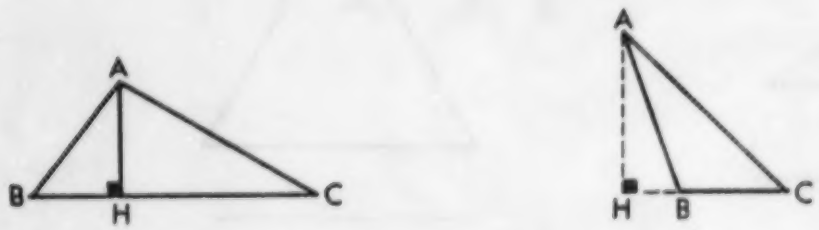


Fig. 2-8 La hauteur d'un triangle.

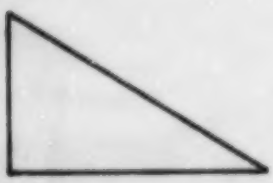
Dans chacun de ces triangles, nous disons que $\overline{AH}$ est la hauteur issue de A ou la hauteur relative à la base $\overline{BC}$.

EXERCICE 1

Donnez le nom de chacune des figures suivantes:

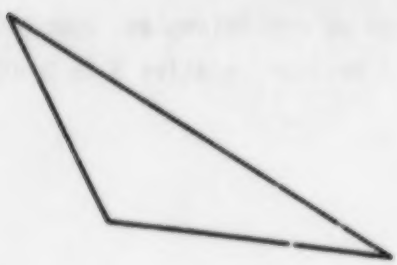
1.

2.

3. 

4.

5.

6. 

2-2 LES QUADRILATÈRES

Lorsqu'un polygone est formé de quatre segments de droite, nous obtenons une figure géométrique à quatre côtés; nous l'appelons un *quadrilatère*.

Les figures suivantes sont des quadrilatères.

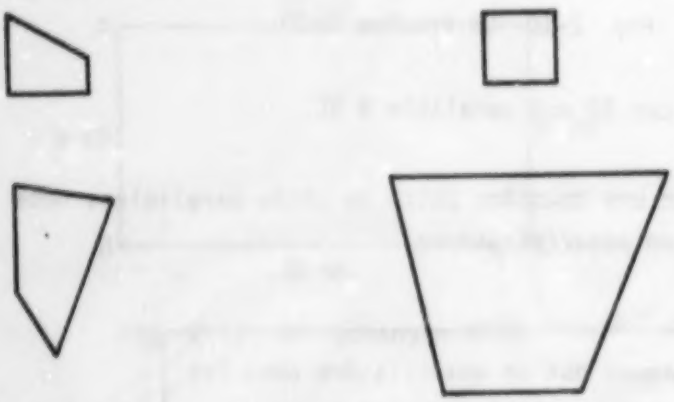


Fig. 2-9 Quatre quadrilatères.

Lorsqu'un quadrilatère donné possède une ou plusieurs propriétés particulières, nous pouvons lui donner un nom spécial. Ainsi:

> Un *trapèze* est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles.

Considérons le quadrilatère suivant:

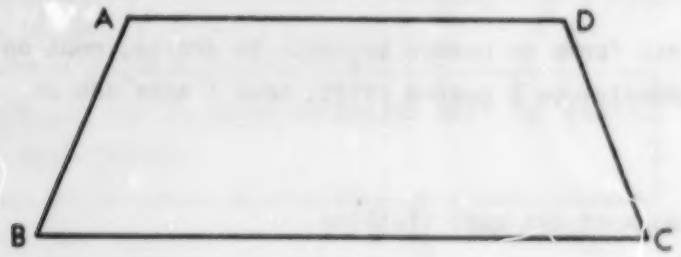


Fig. 2-10 Un trapèze ABCD.

ABCD est un trapèze car $\overline{AD}$ est parallèle à $\overline{BC}$.

Si un trapèze possède une deuxième paire de côtés parallèles, nous appelons ce trapèze un *parallélogramme*.

> Un *parallélogramme* est un quadrilatère dont les quatre côtés sont parallèles deux à deux.

La forme géométrique suivante est un parallélogramme.

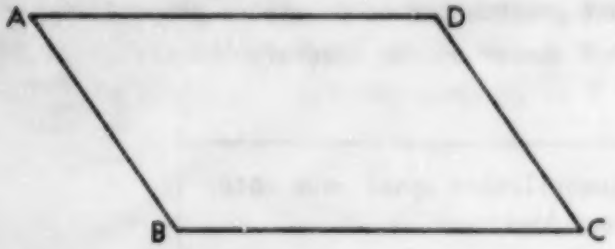


Fig. 2-11 Un parallélogramme ABCD.

En effet: $\overline{AB}$ est parallèle à $\overline{DC}$, ce que nous notons $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$,

et $\overline{BC}$ est parallèle à $\overline{AD}$, ce que nous notons $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

Si maintenant nous exigeons d'un parallélogramme qu'il ait quatre angles droits, nous obtenons le quadrilatère appelé *rectangle*:

> Un *rectangle* est un parallélogramme dont les quatre angles sont droits.

Soit la figure suivante:

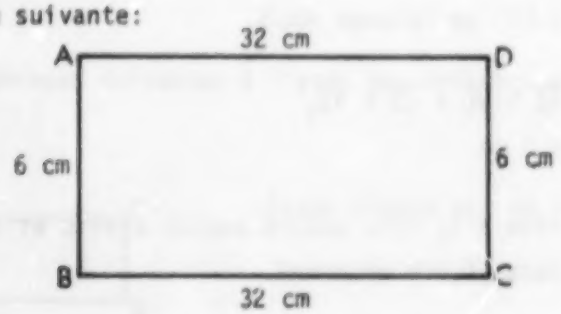


Fig. 2-12 Un rectangle ABCD.

ABCD est un rectangle car c'est un parallélogramme dont les quatre angles sont droits: $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90^{0}$.

Nous pouvons donc remarquer que dans un rectangle, les quatre angles sont congrus puisqu'ils mesurent 90^{0} et qu'il y a deux grands côtés congrus, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, et deux petits côtés congrus, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$.

Si, par contre, nous donnons à un parallélogramme quatre côtés congrus, sans rien exiger des angles, nous obtenons un *losange*.

> Un *losange* est un parallélogramme dont les quatre côtés sont congrus.

Considérons la figure suivante:

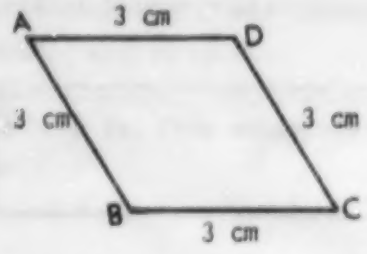


Fig. 2-13 Un losange ABCD.

ABCD est un losange, car $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{AD}$,
puisqu'ils mesurent chacun 3 cm.

Si un parallélogramme possède à la fois quatre angles droits et quatre côtés congrus, il porte alors le nom de *carré*.

Considérons la figure suivante:

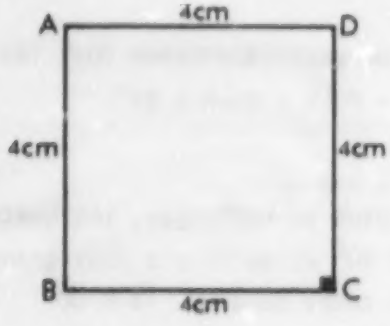


Fig. 2-14 Un carré ABCD.

ABCD est un carré, car c'est un parallélogramme dont

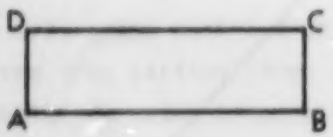
- les quatre côtés sont congrus: $m\,\overline{AB} = m\,\overline{BC} = m\,\overline{CD} = m\,\overline{DA} = 4$ cm;
- les quatre angles sont droits: $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90^{\circ}$.

Note. $\angle A \cong \angle B \cong \angle C \cong \angle D$.

Un *carré* est un parallélogramme qui a quatre côtés congrus et quatre angles droits.

EXERCICE 2

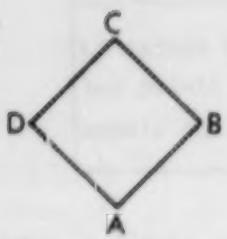
Complétez les phrases suivantes à l'aide des définitions.

1. 

Cette figure est un rectangle car

_____

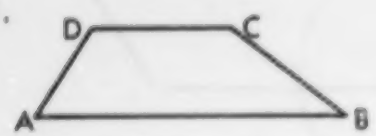
_____

2. 

Cette figure est un losange car

_____

_____

3. 

Cette figure est un trapèze car

_____

_____

4.

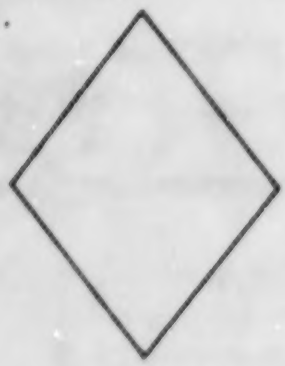
Cette figure est un parallélogramme car

_____

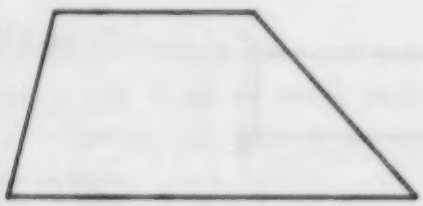
_____

EXERCICE 3

Donnez le nom de chacune des figures suivantes:

1. 

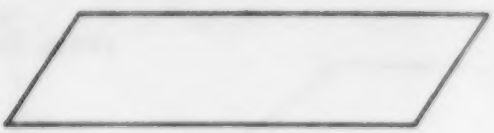
_____

2. 

_____

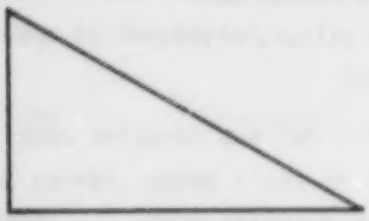
3.

_____

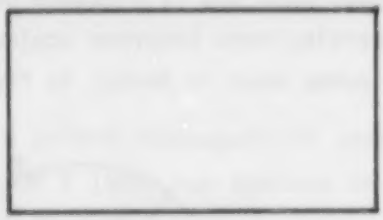
4. 

_____

5.



6.



2-3 LE CERCLE

Un très grand nombre d'objets que nous utilisons chaque jour ont une forme très particulière; pensons par exemple aux roues de notre automobile, de notre bicyclette, aux roues d'engrenage qui font fonctionner nos industries.

> Le *cercle* est une courbe plane et fermée dont tous les points sont équidistants d'un point intérieur appelé centre.

Ainsi la figure suivante est appelée cercle C.

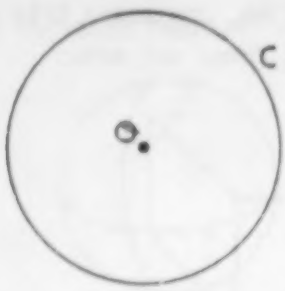


Fig 2-15 Un cercle C.

En effet, si nous mesurons la distance du centre O à chacun des points de ce cercle, nous trouvons toujours la même valeur, c'est-à-dire, 2 cm, comme nous le montre la figure suivante.

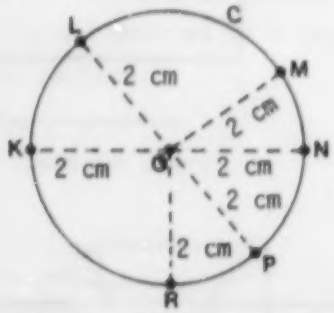


Fig. 2-16 La distance au centre.

2-4 LES SOLIDES

Les figures géométriques qui vont suivre sont construites à l'aide des figures vues précédemment; mais de plus, elles ont une troisième dimension qui leur donne de la profondeur. Nous pourrions les "remplir" d'eau, de sable, etc.; nous les appelons des *solides*. Leur nom varie suivant la figure géométrique qui a servi à les construire. Nous allons identifier les principales.

Pensons en premier à une boîte de carton, contenant très utilisé, ou à une planche, ..., ces objets ont la forme suivante:

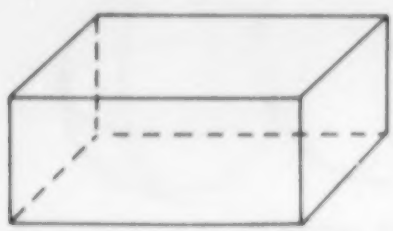


Fig. 2-17 Un prisme rectangulaire.

Les six faces de cette figure sont des rectangles, nous l'appelons *prisme rectangulaire*.

Si nous exigeons que les six faces d'un prisme rectangulaire soient des carrés, comme c'est le cas pour un dé à jouer, un morceau de sucre, ..., nous obtenons un *cube*.

La figure suivante représente un cube.

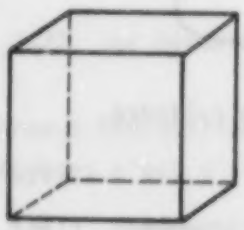


Fig. 2-18 Un cube.

En effet, c'est un prisme rectangulaire dont les six faces sont des carrés.

Qui n'a pas joué avec une balle à un moment ou un autre, balle de ping-pong, balle de golf, ballon panier, ...? Tous ces objets représentent la même forme géométrique, ce sont des *sphères*.

La figure géométrique suivante représente une sphère.

Fig. 2-19 Une sphère.

Un autre solide connu est le *cylindre*. Nous retrouvons sa forme dans la plupart des boîtes de conserves.

La figure suivante représente un cylindre; ses deux bases sont des cercles.

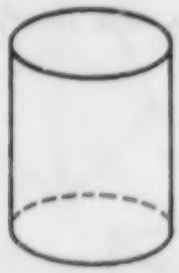


Fig. 2-20 Un cylindre

Un solide qui se rencontre moins fréquemment, c'est le *cône*. Nous retrouvons cependant sa forme dans certains engrenages ou dans les bouchons de certaines bouteilles de parfum, et aussi dans les cornets de crème glacée.

La figure suivante représente un cône, sa base est un cercle.

Fig. 2-21 Un cône.

En dernier lieu, considérons la figure suivante:

Fig. 2-22 Une pyramide.

C'est un solide dont la forme a été utilisée dans la construction des fameuses pyramides d'Egypte; c'est d'ailleurs le nom que nous lui donnons, une pyramide.

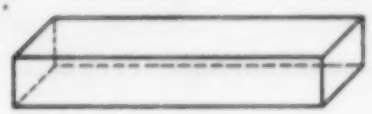
Une *pyramide* est un solide ayant pour base un polygone quelconque, et pour faces latérales des triangles ayant un sommet commun.

EXERCICE 4

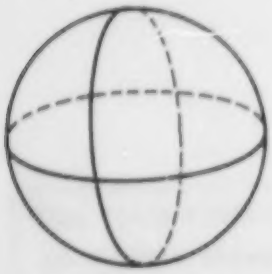
Identifiez parmi les formes géométriques suivantes, celles qui sont des solides et dans ce cas, donnez leur nom.

1.

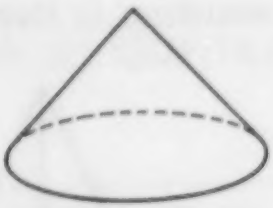
2.



3.

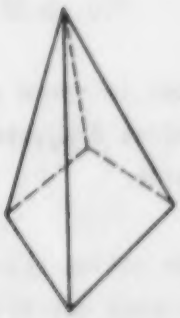


4.



5.

6.

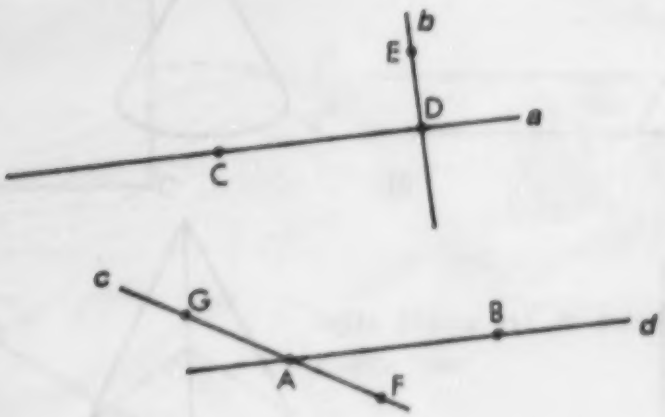


EXERCICES RÉCAPITULATIFS

Vous voilà rendu aux exercices récapitulatifs. Revoyez les notions encadrées et assurez-vous d'avoir bien compris le contenu de ce chapitre avant d'aller plus loin.

EXERCICE 1

En utilisant la figure suivante, identifiez:



a) une droite, _____

b) une demi-droite, _____

c) un segment de droite, _____

d) deux droites parallèles, _____

e) deux droites perpendiculaires, _____

f) deux droites concourantes, _____

g) un angle droit, _____

h) un angle obtus, _____

i) un angle aigu. _____

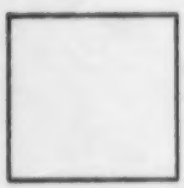
EXERCICE 2

Quelles formes géométriques parmi les suivantes représentent des solides?

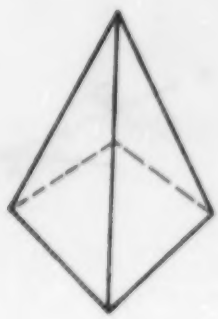
A)

B)

C)



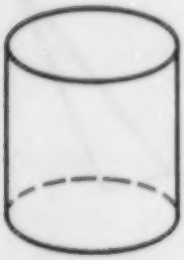
D)



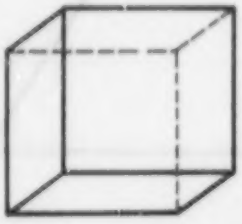
E)

F)

G)



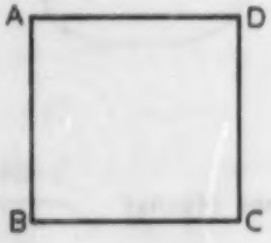
H)



EXERCICE 3

Complétez les phrases suivantes:

a)

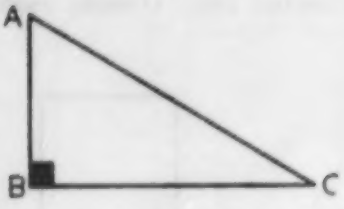


Cette figure est un *carré* car

1° _____

2° _____

b)

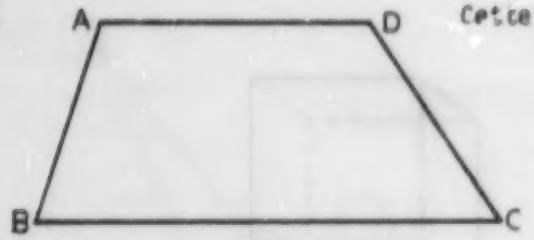


Cette figure est un *triangle rectangle* car

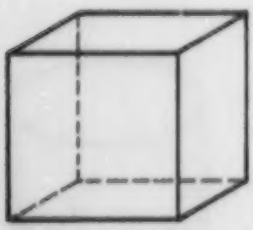
_____

c)

Cette figure s'appelle _____

d) 

Cette figure s'appelle _____

e) 

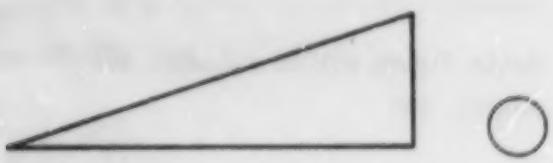
Cette forme géométrique représente un *cube* car

_____

_____

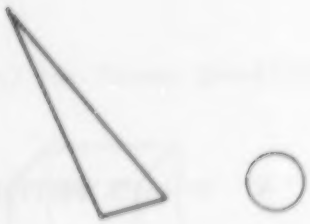
EXERCICE 4

Identifiez à l'aide de la lettre correspondant à la bonne réponse les formes géométriques suivantes:

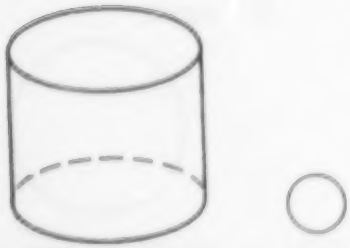
a) 

b)

c)



d)



A) cylindre.

B) sphère.

C) triangle rectangle.

D) triangle scalène.

E) cercle.

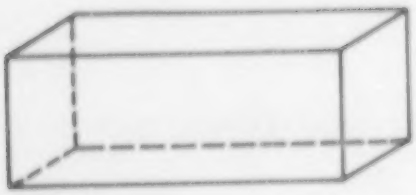
EXERCICE 5

Identifiez, à l'aide de la lettre correspondant à la bonne réponse, les formes géométriques suivantes:

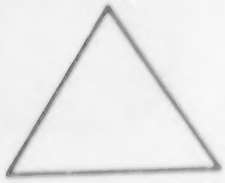
a)

b)

c)



d)



A) triangle équilatéral.

B) prisme rectangulaire.

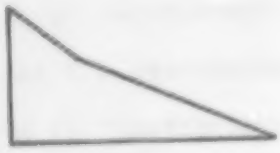
C) cercle.

D) carré.

EXERCICE 6

Considérez les formes géométriques suivantes:

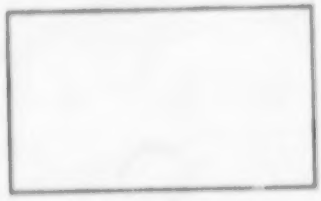
I)



II)

III)

IV)



Indiquez dans le cercle la lettre correspondant à l'énoncé vrai.

A) II et III représentent des quadrilatères.

B) I , II et IV représentent des quadrilatères.

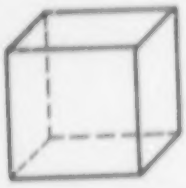
C) I représente un triangle rectangle.

D) IV représente un solide.

EXERCICE 7

Considérez les formes géométriques suivantes:

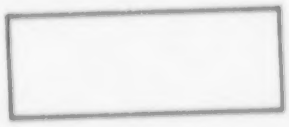
I)



II)

III)

IV)



Indiquez dans le cercle la lettre correspondant à l'énoncé vrai:

A) I et IV représentent des solides.

B) II et III représentent des cercles.

C) I et II représentent des solides.

D) II représente un triangle.

Vous pouvez maintenant rédiger le devoir 3.

CORRIGÉ DES EXERCICES

PREMIÈRE LEÇON

EXERCICE 1

1. Un segment de droite est une portion de droite limitée par deux points.
2. Un angle obtus est un angle dont la mesure est supérieure à 90°.
3. Deux droites sont perpendiculaires si elles forment un angle droit.
4. Un angle droit est un angle dont la mesure est 90°.

EXERCICE 2

a) V.

b) F, c'est un angle droit.

c) F, une droite est toujours illimitée.

d) V.

e) F, deux droites qui se coupent forment un angle.

f) F, ce sont deux droites parallèles.

g) V, car l'angle DAM est droit.

h) F, elles se rencontrent au point P.

i) V, cet angle mesure moins de 90°.

j) V, cet angle mesure 90°.

EXERCICE 3

a) a, b et c sont des droites.

b) Il y a plusieurs possibilités de demi-droites: AB, AC, AD, BA, CA, DA.

c) Il y a plusieurs possibilités de segments de droite: $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{AC}$.

d) b et c sont deux droites perpendiculaires.

e) Il n'y a pas de droites parallèles sur cette figure.

f) $\angle$ CAD est un angle aigu.

g) $\angle$ B est un angle droit.

h) $\angle$ CAB est un angle obtus.

DEUXIÈME LEÇON

EXERCICE 1

1. Un polygone.
2. Un triangle scalène.
3. Un triangle rectangle et scalène.
4. Un triangle équilatéral.
5. Un triangle isocèle.
6. Un triangle scalène.

EXERCICE 2

1. C'est un parallélogramme dont les quatre angles sont droits.
2. C'est un parallélogramme dont les quatre côtés sont congrus.
3. C'est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$).
4. C'est un quadrilatère dont les quatre côtés sont parallèles deux à deux ($\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ et $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$).

EXERCICE 3

1. Un losange.
2. Un trapèze.
2. Un triangle isocèle.
4. Un parallélogramme.
5. Un triangle rectangle et scalène.
6. Un rectangle.

EXERCICE 4

Les formes géométriques représentées aux numéros 2, 3, 4 et 6 sont des solides.

2. Un prisme rectangulaire.
3. Une sphère.
4. Un cône.
6. Une pyramide.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

EXERCICE 1

a) Il y a plusieurs possibilités, ***a***, ***b***, ***c*** ou ***d*** sont des droites.

b) Il y a plusieurs demi-droites sur cette figure, dont les demi-droites DE, DC, AF, AB.

c) Il y a plusieurs segments de droite sur cette figure, dont $\overline{DE}$, $\overline{DC}$, $\overline{AF}$, $\overline{AB}$.

d) Les droites ***a*** et ***d*** sont parallèles.

e) ***a*** et ***b*** sont deux droites perpendiculaires, de même que les droites ***d*** et ***b***.

f) Il y a plusieurs paires de droites concourantes: ***a*** et ***b***, ***c*** et ***d***, ***d*** et ***b***, ***c*** et ***b***, ***c*** et ***a***.

g) L'angle CDE est un angle droit.

h) ∠BAG est un angle obtus.

i) ∠BAF est un angle aigu.

EXERCICE 2

Les formes géométriques suivantes représentent des solides:

B est un cône; D est une pyramide;

F est une sphère; G est un cylindre;

H est un cube.

EXERCICE 3

a) 1^{o} Les quatre côtés sont congrus.
2^{o} Les quatre angles sont droits.

b) L'angle B est un angle droit.

c) Un cône.

d) Un trapèze.

e) Les six faces de cette forme géométrique sont des carrés.

EXERCICE 4

a) C b) E c) D d) A

EXERCICE 5

a) D b) C c) B d) A

EXERCICE 6

B

EXERCICE 7

C

CHAPITRE 4

LE PÉRIMÈTRE ET L'AIRE DU RECTANGLE, DU CARRÉ ET DU TRIANGLE

OBJECTIF TERMINAL

CALCULER

a) le périmètre ou l'aire d'un carré dont la longueur du côté est donnée,

b) le périmètre d'un rectangle ou d'un triangle dont la longueur des côtés est donnée,

c) l'aire d'un rectangle ou d'un triangle dont les mesures de la base et de la hauteur sont données.

SOMMAIRE

Première leçon: Le périmètre 295

Deuxième leçon: L'aire 307

Exercices récapitulatifs 319

Corrigé des exercices 325

PREMIÈRE LEÇON

LE PÉRIMÈTRE

OBJECTIF

CALCULER le périmètre d'un rectangle, d'un carré ou d'un triangle dont les mesures des côtés sont données.

1-0 INTRODUCTION

Parmi toutes les formes géométriques que nous retrouvons dans notre environnement quotidien, il y en a trois qui retiennent notre attention: le rectangle, le carré et le triangle. Dans cette leçon, nous allons étudier comment calculer leur périmètre.

1-1 LE PÉRIMÈTRE DE CERTAINES FIGURES GÉOMÉTRIQUES

La notion de périmètre se définit d'une façon unique pour le rectangle, le carré et le triangle.

Par définition, nous disons que:

> Le *périmètre* du triangle, du carré et du rectangle est la somme des mesures de leurs côtés.

1-2 LE PÉRIMÈTRE DU RECTANGLE

Considérons le rectangle suivant, où L représente la longueur et ℓ, la largeur.

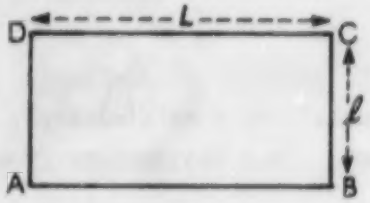


Fig. 1-1 Rectangle de longueur L et de largeur ℓ.

Nous savons que les côtés d'un rectangle sont congrus deux à deux, c'est-à-dire: $m\ \overline{AB} = m\ \overline{CD} = L$, $m\ \overline{BC} = m\ \overline{AD} = \ell$.

Aussi, puisque le périmètre p est obtenu en faisant l'addition de la mesure des quatre côtés, nous avons: $p = m\ \overline{AB} + m\ \overline{BC} + m\ \overline{CD} + m\ \overline{AD}$.

Etant donné que L, ou longueur, est la mesure de chacun des côtés AB et CD et que ℓ, ou largeur, est la mesure de chacun des côtés AD et BC, nous pouvons écrire que $p = L + \ell + L + \ell$

$$p = 2L + 2\ell$$

$$p = 2(L + \ell).$$

Nous obtenons ainsi la formule pour calculer le périmètre du rectangle, soit:

$$p = 2(L + \ell)$$

où p est le *périmètre du rectangle*

L est la longueur du rectangle

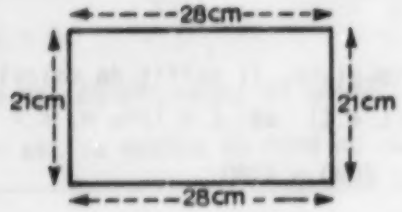
ℓ est la largeur du rectangle.

EXEMPLE 1

Une feuille de papier rectangulaire a une longueur de 28 centimètres (cm) et une largeur de 21 centimètres (cm). Quel est le périmètre de cette feuille?

SOLUTION

Représentons la feuille de papier à l'aide du rectangle suivant:



Pour calculer le périmètre de cette feuille, nous appliquons la formule attribuée au rectangle:

$p = 2(L + \ell)$ où $L = 28$ cm, $\ell = 21$ cm.

Ainsi, $p = 2(28 + 21) = 2 \times 49 = 98$

Nous disons que le périmètre de cette feuille est 98 cm.

EXEMPLE 2

Le maire d'une ville promet aux citoyens d'aménager une piste pour les cyclistes autour d'un parc rectangulaire. Si le parc mesure 850 mètres de longueur et 1240 mètres de largeur, quelle sera la longueur de la piste cyclable?

SOLUTION

Représentons la piste cyclable à l'aide du rectangle suivant:

Pour trouver la longueur de cette piste, il suffit de calculer le périmètre du rectangle: $p = 2(L + \ell)$ où $L = 1240$ m, $\ell = 850$.

Ainsi, $p = 2(1240 + 850) = 2 \times 2090 = 4180$

1-3 LE PÉRIMÈTRE DU CARRÉ

Considérons le carré suivant, où c représente la mesure du côté:

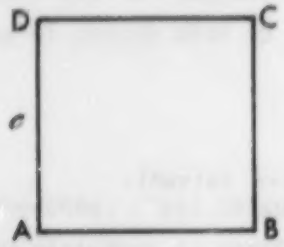


Fig. 1-2 Carré de côté c.

Nous savons que le carré a quatre côtés congrus, c'est-à-dire

$$m\,\overline{AB} = m\,\overline{BC} = m\,\overline{CD} = m\,\overline{AD} = c.$$

Puisque le périmètre p est obtenu en faisant l'addition de la mesure des quatre côtés, nous avons:

$$p = m\,\overline{AB} + m\,\overline{BC} + m\,\overline{CD} + m\,\overline{AD}.$$

Étant donné que la mesure de chacun des côtés est c, nous pouvons écrire que $p = c + c + c + c$

$$p = 4c.$$

Nous obtenons ainsi la formule pour calculer le périmètre du carré, soit:

$$p = 4c$$

où p est *le périmètre du carré*

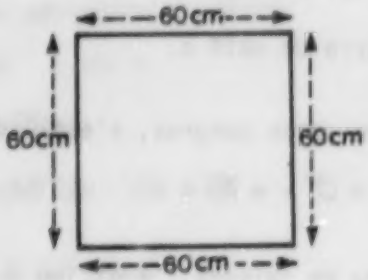
c est la mesure du côté du carré.

EXEMPLE 1

Le côté d'une table carrée mesure 60 cm. Quel est le périmètre de la table?

SOLUTION:

Représentons la table à l'aide du carré suivant.



Pour calculer le périmètre de cette table, nous appliquons la formule attribuée au carré: $p = 4c$ où $c = 60$ cm.

Ainsi, $p = 4 \times 60 = 240$

Nous disons que le périmètre de cette table est 240 cm.

EXEMPLE 2

Un propriétaire veut planter une haie autour de son terrain qui a la forme d'un carré. Quelle est la longueur totale sur laquelle il doit distribuer les arbustes si chaque côté du terrain mesure 80 mètres?

SOLUTION

Calculer la longueur cherchée, c'est calculer le périmètre du terrain. Utilisons la formule du périmètre du carré:

$p = 4c$ où $c = 80$ m.

Ainsi, $p = 4 \times 80 = 320$

Donc, la longueur cherchée est 320 m.

1-4 LE PÉRIMÈTRE DU TRIANGLE

Considérons le triangle suivant:

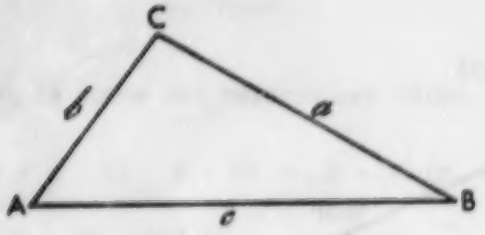


Fig. 1-3 Triangle de côté a, b et c.

Tout comme dans le cas du rectangle et du carré, le périmètre p d'un triangle est obtenu en faisant l'addition de la mesure de ses côtés.

Ainsi, $p = m\,\overline{AB} + m\,\overline{BC} + m\,\overline{AC}$.

Puisque a, b et c sont les mesures des côtés du triangle, nous pouvons écrire: $p = a + b + c$.

Nous obtenons ainsi la formule pour calculer le périmètre du triangle, soit:

$$p = a + b + c$$

où p est *le périmètre du triangle*

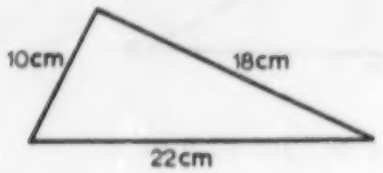
a, b, c sont les mesures des côtés du triangle.

EXEMPLE 1

Un géomètre dessine un triangle dont les côtés mesurent 10 cm, 18 cm et 22 cm. Quel est le périmètre de ce triangle?

SOLUTION

Nous avons le triangle suivant.



Puisque le périmètre du triangle est la somme des mesures des côtés, on a: $p = a + b + c$ où $a = 10$ cm, $b = 18$ cm, $c = 22$ cm.

Ainsi, $p = 10 + 18 + 22 = 50$

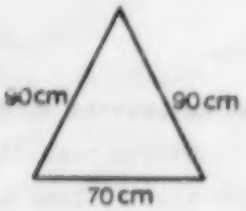
Donc, le périmètre du triangle est 50 cm.

EXEMPLE 2

Un cerf-volant triangulaire a un côté qui mesure 70 cm alors que chacun des deux autres côtés mesure 90 cm. Quel est son périmètre?

SOLUTION

Représentons le cerf-volant à l'aide du triangle suivant:



Le périmètre étant la somme des mesures des côtés, nous avons:

$p = a + b + c$ où $a = 90$ cm, $b = 90$ cm, $c = 70$ cm.

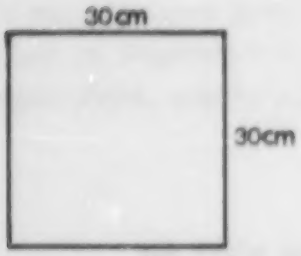
Ainsi, $p = 90 + 90 + 70 = 250$

Donc, le périmètre du cerf-volant est 250 cm.

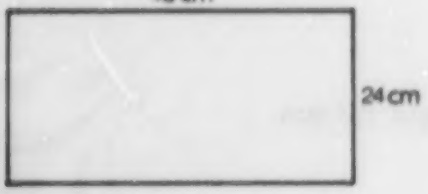
EXERCICE 1

Considérez chacune des figures présentées et calculez son périmètre.

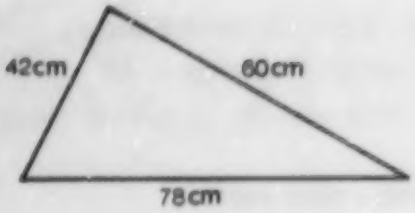
a)



b)



c)



EXERCICE 2

Un propriétaire décide d'installer une piscine dans sa cour, mais il hésite à faire un choix entre un modèle carré de 8 m de côté et un modèle rectangulaire ayant 10 m de longueur et 6 m de largeur. Sachant que ce propriétaire souhaite choisir la piscine qui a le plus grand périmètre, quelle suggestion pourriez-vous lui faire?

EXERCICE 3

Autour d'un plancher de forme carrée, un menuisier veut fixer une tringle. Si le côté du plancher mesure 12 mètres, quelle est la longueur totale de tringle dont il doit disposer?

EXERCICE 4

Une tuile de céramique mesure 23 cm de longueur et 15 cm de largeur.
Calculez son périmètre.

DEUXIÈME LEÇON

L'AIRE

OBJECTIF

CALCULER l'aire:

a) d'un rectangle ou d'un carré dont la longueur des côtés est donnée.

b) d'un triangle dont les mesures de la base et de la hauteur sont données.

2-0 INTRODUCTION

Maintenant que nous savons comment calculer le périmètre du rectangle, du carré et du triangle, voyons comment calculer l'aire de ces figures.

2-1 L'AIRE DE CERTAINES FIGURES GÉOMÉTRIQUES

La notion d'aire se définit d'une façon unique pour le rectangle, le carré et le triangle.

Considérons la figure suivante, divisée en petits carrés congrus dont les côtés mesurent 1 cm, c'est-à-dire l'unité de mesure de longueur.

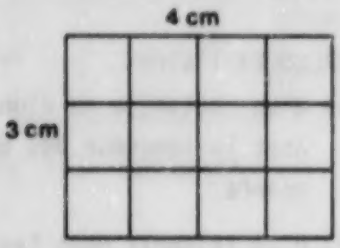


Fig. 1-4

Nous observons que cette figure est recouverte par 12 petits carrés de 1 cm de côté.

Ces petits carrés de 1 cm de côté, nous les appelons des unités carrées et leur symbole est cm^2.

Puisque 12 unités carrées recouvrent la surface de cette figure, nous disons que son aire est 12 cm^2.

Ainsi, nous retenons que:

> L'*aire* d'une figure géométrique est le nombre d'unités carrées nécessaires au recouvrement de la surface de cette figure.

2-2 L'AIRE DU RECTANGLE

Calculons l'aire du rectangle suivant dans lequel la base mesure 5 cm et la hauteur 3 cm, l'unité de mesure choisie étant 1 cm.

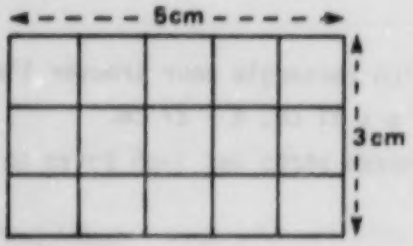


Fig. 1-5 Rectangle.

Nous observons que la surface est recouverte par 15 unités carrées. Donc, l'aire de ce rectangle est 15 cm^2.

De plus, nous remarquons que nous pouvons obtenir ce résultat en multipliant 5 par 3, représentant respectivement le nombre d'unités de mesure de la base et de la hauteur du rectangle donné. En effet,

$$5 \times 3 = 15.$$

Ainsi, nous retenons que:

$$A = b \times h$$

où A est *l'aire du rectangle*

b est la mesure de la base

h est la mesure de la hauteur relative à cette base.

EXEMPLE 1

Une feuille de papier rectangulaire mesure 21 cm de base et 27 cm de hauteur. Quelle est l'aire de cette feuille?

SOLUTION

Utilisons la formule de l'aire d'un rectangle pour trouver l'aire de la feuille: $A = b \times h$ où $b = 21$ cm, $h = 27$ cm.

Ainsi, $A = 21 \times 27 = 567$

Puisque le centimètre est l'unité de mesure choisie, l'aire de la feuille est 567 cm^2.

EXEMPLE 2

Quelle est l'aire d'un terrain rectangulaire qui mesure 15 mètres de base et 10 mètres de hauteur?

SOLUTION

L'aire du terrain est obtenue en utilisant la formule de l'aire d'un rectangle: $A = b \times h$ où $b = 15$ m, $h = 10$ m.

Ainsi, $A = 15 \times 10 = 150$

Puisque le mètre est l'unité de mesure choisie, l'aire du terrain est 150 m^2.

2-3 L'AIRE DU CARRÉ

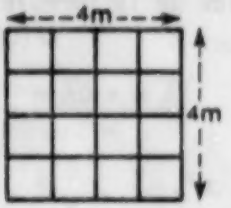
Nous avons déjà vu que le carré est un rectangle. Donc l'aire du carré se calcule de la même façon que l'aire du rectangle.

EXEMPLE 1

Quelle est l'aire du carré dont les côtés mesurent 4 mètres chacun?

SOLUTION

Nous pouvons représenter le carré de la façon suivante.



Nous observons que la surface est recouverte par 16 unités carrées. Nous disons donc que l'aire de ce carré est 16 m^2.

De plus, nous remarquons que ce carré contient 4 rangées de 4 carrés ayant 1 m de côté. Nous pouvons donc calculer l'aire de la façon suivante: $A = 4 \times 4 = 16$ et conclure que l'aire du carré est 16 m^2.

Ainsi, nous retenons que:

$A = c \times c$

où A est *l'aire du carré*

c est la mesure de chaque côté.

EXEMPLE 2

Quelle est l'aire d'une fenêtre dont les côtés mesurent 52 cm chacun?

SOLUTION

Trouvons l'aire de la fenêtre à l'aide de la formule de l'aire du carré: $A = c \times c$ où $c = 52$ cm.

Ainsi, $A = 52 \times 52 = 2704$

Donc, l'aire de la fenêtre est 2704 cm^2.

2-4 L'AIRE DU TRIANGLE

Pour découvrir la formule de l'aire d'un triangle quelconque, considérons le cas des triangles rectangles déterminés par le segment BD dans le rectangle ABCD.

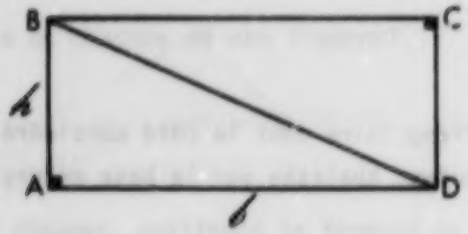


Fig. 1-6 Rectangle ABCD

Si nous découpons le triangle ABD et le triangle BCD, nous constatons qu'en les superposant, ils coïncident. Et puisque $m\ \overline{AB} = m\ \overline{CD}$, $m\ \overline{AD} = m\ \overline{BC}$ et que $\overline{BD}$ est un côté commun, ces deux triangles sont congrus.

Nous pouvons donc affirmer que chaque triangle recouvre la moitié de la surface du rectangle.

Ainsi, l'aire du triangle ABD est la moitié de l'aire du rectangle de base b et de hauteur h, soit:

$$A = \frac{m\ \overline{AD} \times m\ \overline{AB}}{2}$$

$$A = \frac{b \times h}{2}\ .$$

Nous retenons donc que:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

où A est *l'aire du triangle*

b est la mesure de la base

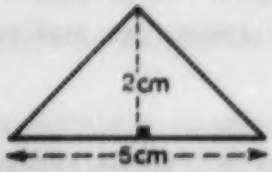
h est la mesure de la hauteur relative à cette base.

EXEMPLE 1

Calculons l'aire d'une pièce triangulaire dont le côté considéré comme base mesure 5 cm et la hauteur abaissée sur la base mesure 2 cm.

SOLUTION

Représentons la pièce par le triangle suivant:



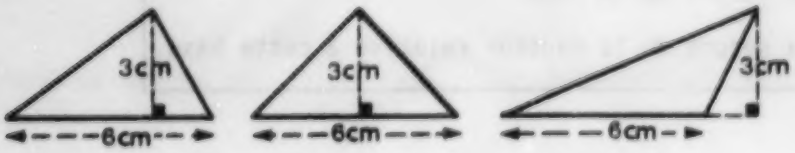
Utilisons la formule de l'aire du triangle pour trouver l'aire de la pièce: $A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 5$ cm, $h = 2$ cm.

Ainsi, $A = \frac{5 \times 2}{2} = 5$

Donc, l'aire de cette pièce est 5 cm^2.

EXEMPLE 2

Un mobile est composé de figures triangulaires différentes ayant chacune un côté qui mesure 6 cm et la hauteur abaissée sur ce côté mesure 3 cm.



Quelle est l'aire de chacune de ces figures?

SOLUTION

Pour chacune des figures, utilisons la formule de l'aire du triangle:

$$A = \frac{b \times h}{2} \quad \text{où} \quad b = 6 \text{ cm}, \; h = 3 \text{ cm}.$$

Ainsi, $A = \frac{6 \times 3}{2} = 9$

Donc, l'aire de chaque figure triangulaire est 9 cm^2.

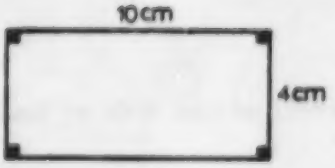
Note. La hauteur sera nécessairement la perpendiculaire abaissée de l'un des sommets du triangle sur le côté opposé ou son prolongement.

EXERCICE 1

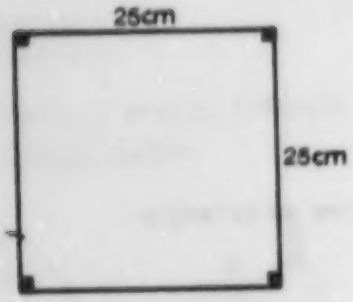
Calculez l'aire des figures suivantes.

a)

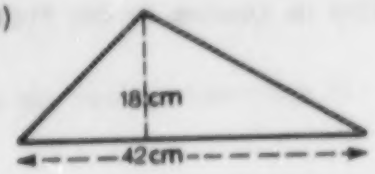
b)



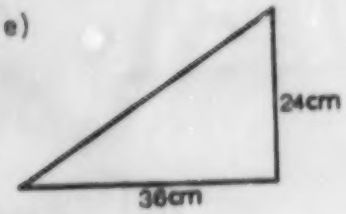
c)



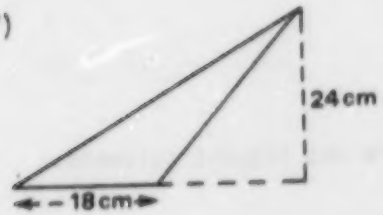
d)



e)



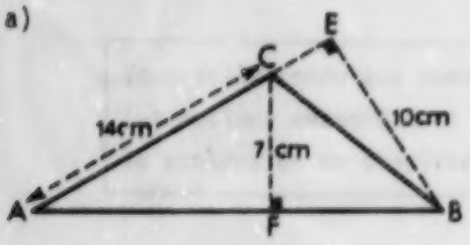
f)



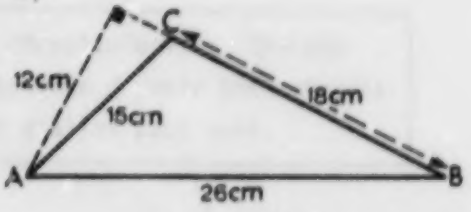
EXERCICE 2

Calculez l'aire du triangle ABC à l'aide des mesures inscrites sur la figure donnée.

a)



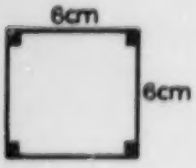
b)



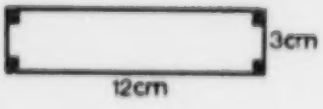
EXERCICE 3

Parmi les figures suivantes, laquelle occupe la plus petite surface sur un terrain?

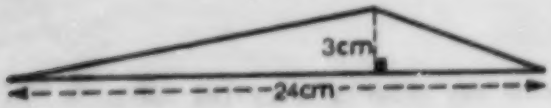
a)



b)



c)



EXERCICES RÉCAPITULATIFS

Vous voilà rendu aux exercices récapitulatifs. Revoyez les notions encadrées et assurez-vous d'avoir bien compris le contenu de ce chapitre avant d'aller plus loin.

EXERCICE 1

1) Déterminez le périmètre d'un carré de 5 cm de côté.

2) Déterminez l'aire d'un carré de 5 cm de côté.

3) Déterminez l'aire d'un rectangle dont la base mesure 18 cm et la hauteur 13 cm.

4) Calculez le périmètre d'un rectangle dont la largeur mesure 26 cm et la longueur 40 cm.

5) Calculez le périmètre d'un triangle dont les côtés mesurent 18 cm, 40 cm et 28 cm.

EXERCICE 2

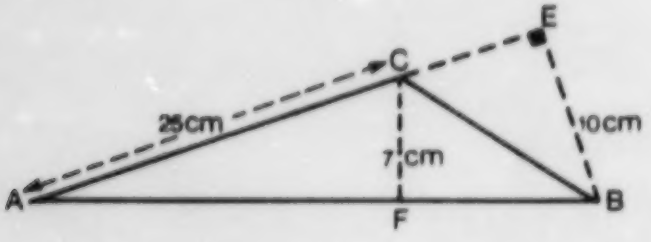
1) Quelle est la longueur de la frange qui borde un fanion triangulaire dont les côtés mesurent 30 cm, 30 cm et 20 cm?

2) Quelle est l'aire d'un mur rectangulaire dont la base mesure 63 m et la hauteur 45 m?

3) Quelle est l'aire de l'entrée rectangulaire d'un garage si les dimensions de l'entrée sont 5 m de largeur et 12 m de longueur?

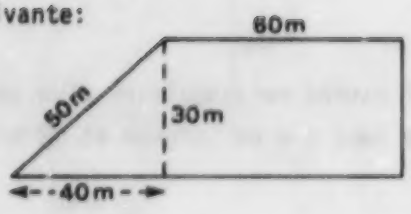
EXERCICE 3

Calculez l'aire du triangle ABC dont les mesures sont indiquées sur la figure suivante:



EXERCICE 4

Un terrain a la forme suivante:



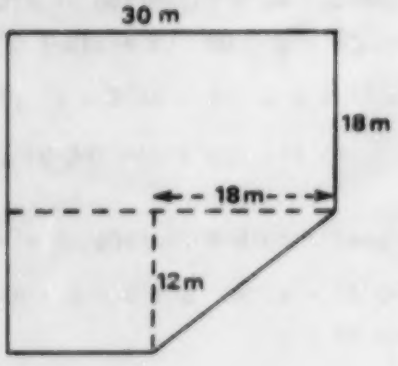
a) Quelle est la longueur de la clôture qui entoure ce terrain?

b) Quelle est l'aire de ce terrain?

NOTE: L'aire totale est égale à la somme de l'aire du rectangle et de l'aire du triangle.

EXERCICE 5

Calculez l'aire du parc ayant les dimensions illustrées sur la figure suivante:



Vous pouvez maintenant rédiger le devoir 4.

CORRIGÉ DES EXERCICES

PREMIÈRE LEÇON

EXERCICE 1

a) 120 cm Formule donnant le périmètre du carré:

$p = 4 \times c$ où $c = 30$ cm.

Ainsi, $p = 4 \times 30 = 120$

Donc, le périmètre est 120 cm.

b) 144 cm Formule du périmètre d'un rectangle:

$p = 2(L + \ell)$ où $L = 48$ cm, $\ell = 24$ cm.

Ainsi, $p = 2(48 + 24) = 2 \times 72 = 144$

Donc, le périmètre est 144 cm.

c) 180 cm Formule du périmètre d'un triangle:

$p = a + b + c$ où $a = 78$ cm, $b = 42$ cm,
$c = 60$ cm.

Ainsi, $p = 78 + 42 + 60 = 180$

Donc, le périmètre est 180 cm.

EXERCICE 2

Il peut choisir l'une ou l'autre car les deux piscines ont le même périmètre, soit 32 m.

Le périmètre de la piscine carrée est obtenue par:

$p = 4 \times c$ où $c = 8$ m.

Ainsi, $p = 4 \times 8 = 32$

Donc, le périmètre de la piscine carrée est 32 m.

Le périmètre de la piscine rectangulaire est obtenu par:

$p = 2(L + \ell)$ où $L = 10$ m, $\ell = 6$ m.

Ainsi, $p = 2(10 + 6) = 2 \times 16 = 32$

Donc, le périmètre de la piscine rectangulaire est 32 m.

EXERCICE 3

48 m Utilisons la formule du périmètre du carré:

$p = 4 \times c$ où $c = 12$ m.

Ainsi, $p = 4 \times 12 = 48$

Donc, la longueur de la tringle est 48 m.

EXERCICE 4

76 cm Utilisons la formule du périmètre d'un rectangle:

$p = 2(L + \ell)$ où $L = 23$ cm, $\ell = 15$ cm.

Ainsi, $p = 2(23 + 15) = 2 \times 38 = 76$

Donc, le périmètre de la tuile est 76 cm.

DEUXIÈME LEÇON

EXERCICE 1

a) 48 cm²

Formule de l'aire du rectangle:

$A = b \times h$ où $b = 8$ cm, $h = 6$ cm.

$A = 8 \times 6 = 48$

Donc, l'aire est 48 cm².

b) 40 cm²

Formule de l'aire du rectangle:

$A = b \times h$ où $b = 10$ cm, $h = 4$ cm.

$A = 10 \times 4 = 40$

Donc, l'aire est 40 cm².

c) 625 cm²

Formule de l'aire du carré:

$A = c \times c$ où $c = 25$ cm.

$A = 25 \times 25 = 625$

Donc, l'aire est 625 cm².

d) 378 cm²

Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 42$ cm, $h = 18$ cm.

$A = \frac{42 \times 18}{2} = 378$

Donc, l'aire est 378 cm².

e) 432 cm^2

Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 36$ cm, $h = 24$ cm.

$A = \frac{36 \times 24}{2} = 432$

Donc, l'aire est 432 cm^2.

f) 216 cm^2

Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 18$ cm, $h = 24$ cm.

$A = \frac{18 \times 24}{2} = 216$

Donc, l'aire est 216 cm^2.

EXERCICE 2

a) 70 cm^2

Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 14$ cm, $h = 10$ cm.

$A = \frac{14 \times 10}{2} = 70$

Donc, l'aire est 70 cm^2.

Note. La hauteur CF ne peut être utilisée car nous ne connaissons pas la mesure de la base AB.

b) 108 cm^2

Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 18$ cm, $h = 12$ cm.

$A = \frac{18 \times 12}{2} = 108$

Donc, l'aire est 108 cm^2.

Note. Les bases AC et AB ne peuvent être utilisées car nous ne connaissons pas la mesure des hauteurs correspondantes.

EXERCICE 3

Les trois figures ont la même aire, soit 36 cm^2.

a) Formule de l'aire du carré:

$A = c \times c$ où $c = 6$ cm.

$A = 6 \times 6 = 36$

L'aire du carré est 36 cm^2.

b) Formule de l'aire du rectangle:

$A = b \times h$ où $b = 12$ cm, $h = 3$ cm.

$A = 12 \times 3 = 36$

L'aire du rectangle est 36 cm^2.

c) Formule de l'aire du triangle:

$A = \frac{b \times h}{2}$ où $b = 24$ cm, $h = 3$ cm.

$A = \frac{24 \times 3}{2} = 36$

L'aire du triangle est 36 cm^2.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

EXERCICE 1

1) 20 cm car $p = 4 \times 5 = 20$.

2) 25 cm^2 car $A = 5 \times 5 = 25$.

3) 234 cm^2 car $A = 18 \times 13 = 234$.

4) 132 cm car $p = 2(26 + 40) = 2 \times 66 = 132$.

5) 86 cm car $p = 18 + 40 + 28 = 86$.

EXERCICE 2

1) 80 cm car $p = 30 + 30 + 20 = 80$.

2) 2 835 m^2 car $A = 63 \times 45 = 2\,835$.

3) 60 m^2 car $A = 12 \times 5 = 60$.

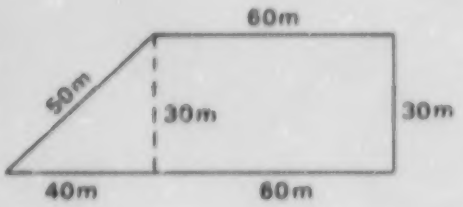
EXERCICE 3

125 cm^2 car $A = \frac{25 \times 10}{2} = 125$.

EXERCICE 4

a) 240 m

$50 + 40 + 60 + 30 + 60 = 240$ m



b) 2 400 m^2

Aire du rectangle: $60 \times 30 = 1\,800$ m^2

Aire du triangle: $\frac{40 \times 30}{2} = 600$ m^2

Aire totale: $1\,800 + 600 = 2\,400$ m^2

EXERCICE 5

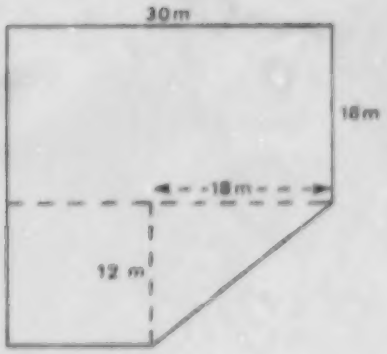
792 m^2

Aire du rectangle: $30 \times 18 = 540$ m^2

Aire du carré: $12 \times 12 = 144$ m^2

Aire du triangle: $\frac{12 \times 18}{2} = 108$ m^2

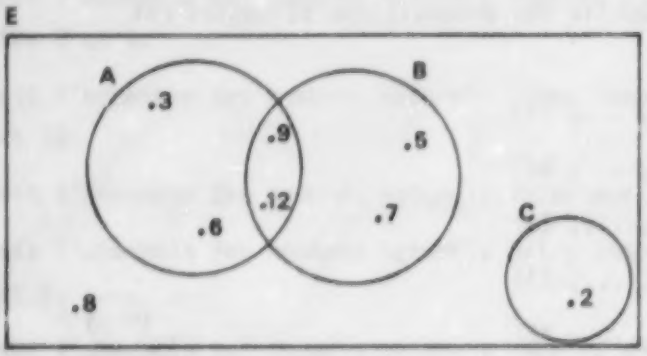
Aire totale: $540 + 144 + 108 = 792$ m^2



EXERCICES DE SYNTHÈSE

EXERCICE 1

Soit le diagramme ci-dessous:



Complétez les propositions suivantes par $\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\not\subseteq$

a) C _____ E

b) {2, 8} _____ C

c) 8 _____ A

d) 9 _____ A

e) {5, 12} _____ B

EXERCICE 2

Dans les exercices suivants, choisissez la lettre représentant la bonne réponse et inscrivez-la dans le cercle de gauche.

a) Si D est l'ensemble des nombres impairs supérieurs à 12 et inférieurs à 24, laquelle des propositions suivantes est vraie?

A) $D = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 24\}$

B) $D = \{12, 16, 18, \ldots, 22\}$

C) $D = \{13, 14, 15, \ldots, 23\}$

D) $D = \{13, 15, 17, \ldots, 23\}$

E) $D = \{14, 16, 18, \ldots, 22\}$

b) Soit M l'ensemble représenté par le diagramme ci-dessous:

M

.0 .1 .2 .3 .4 .5

Laquelle des expressions suivantes définit cet ensemble en extension?

A) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

B) $M = \{x/x$ est l'ensemble des nombres naturels inférieurs à 6$\}$

C) $\{0, 1, \ldots, 5\}$

D) | .0 .1 .2 .3 .4 .5 |

E) $\{0, 1, 2, \ldots\}$

c) Soit P l'ensemble représenté sur la droite numérique ci-dessous.

Laquelle des propositions suivantes est vraie?

A) P est l'ensemble des nombres naturels impairs compris entre 0 et 9.

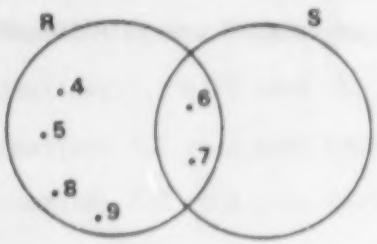
B) P est l'ensemble des nombres naturels pairs compris entre 0 et 10.

C) P est l'ensemble des nombres naturels inférieurs à 9.

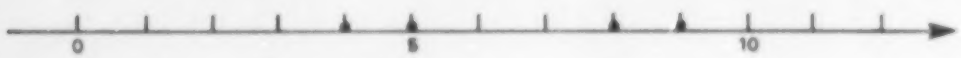
D) P est l'ensemble des nombres naturels pairs compris entre 2 et 8.

E) P est l'ensemble des nombres naturels impairs compris entre 1 et 9.

d) À l'aide du diagramme ci-dessous, identifiez la représentation de R parmi les suivantes:



A)

B) 

C)

D)

E)

e) Soit l'ensemble T représenté sur la droite numérique ci-dessous.

alors

A) $T = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$

B) $T = \{3, 6, 7, 9\}$

C) $T = \{0, 3, 6, 7, 9, \ldots\}$

D) $T = \{0, 3, 6, 7, 9, 10\}$

E) $T = \{0, 3, 6, 7, 9\}$

EXERCICE 3

Effectuez les opérations indiquées en donnant une solution complète.

a) 300 400 - 83 690

b) 63 597 x 4 208

c) 415 528 + 2968

EXERCICE 4

Voici 5 affirmations vraies ou fausses.

1. 10 100 - 438 < 9000 + 600 + 60 + 3

2. Cent deux mille vingt quatre s'écrit en chiffre 10 224

3. 323 022 > 322 033

4. Le nombre 268 934 renferme 26 unités de mille.

5. 2 + 3 x 4 = (2 x 4) + (3 x 4)

Parmi les propositions suivantes, trouvez celle qui est vraie.

A) Les affirmations 2,4 et 5 sont toutes fausses.

B) Les affirmations 1,3 et 5 sont toutes vraies.

C) Les affirmations 1,2 et 3 sont toutes vraies.

D) Les affirmations 2,3 et 4 sont toutes fausses.

E) Les affirmations 1,3 et 4 sont toutes vraies.

EXERCICE 5

Trouvez la valeur numérique des expressions suivantes en donnant toutes les étapes de votre solution.

a) $76 - 4(6 + 2) + 3 \times 4$

b) $\dfrac{8(16 - 7) - (7 + 2)}{1 + 2 \times 3}$

c) $\dfrac{7(32 \div 4) - 7 \times 2}{(3 \times 0) + (2 + 1)}$

d) $3 + 12 \times 2 \div 6 - (5 - 2 \times 2)$

EXERCICE 6

Résolvez les problèmes suivants en donnant des solutions complètes.

a) Monsieur Bergeron verse 2 676$ comptant à l'achat d'une voiture de 6 800$. Il devra payer le reste plus 824,80$ en 12 versements égaux. Quel sera le montant de chacun de ces versements?

b) Un immeuble à bureaux de 20 étages compte 51 fenêtres par étage. On estime qu'un laveur de vitres a besoin d'une moyenne de 8 minutes par fenêtre pour faire son travail correctement. Combien d'heures prendra-t-il pour laver toutes les fenêtres de cet immeuble?

c) Les membres d'une famille gagnent:

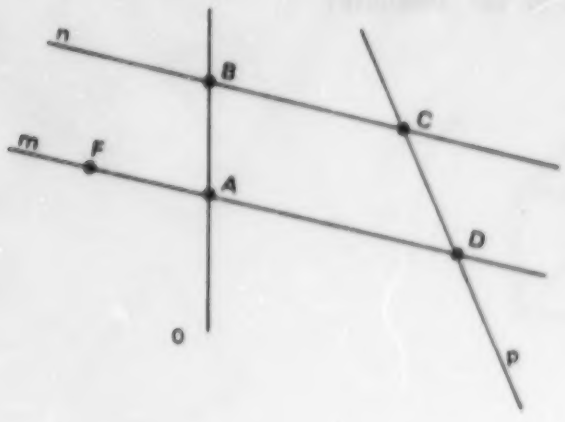
le père : 1 500$ par mois
la mère : 2 200$ par mois
la fille : 125$ par semaine
le fils : 110$ par semaine

Calculez le revenu total de cette famille pour une année.

EXERCICE 7

Dans les exercices suivants choisissez la lettre correspondant à la bonne réponse et indiquez-la dans le cercle correspondant.

a) Soit la figure suivante:



Considérez les énoncés suivants:

I ∠ ADC est aigu

II les droites m et p sont concourantes

III les droites o et m sont perpendiculaires

IV la demi-droite AF a le point F comme origine

V les droites o et p sont parallèles.

Choisissez la lettre correspondant à la bonne réponse.

A- I et V sont des énoncés vrais

B- IV est un énoncé vrai

C- III, IV et V sont des énoncés faux

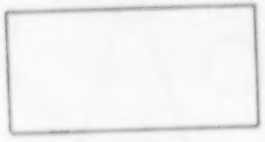
D- II, IV et V sont des énoncés faux

E- V est un énoncé vrai

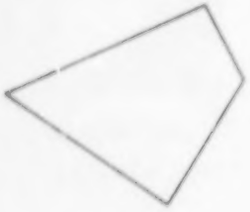
b) Laquelle des figures géométriques suivantes n'est pas un quadrilatère?

A-

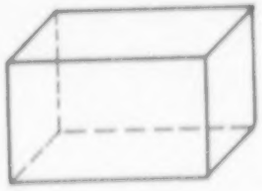
B-



C-



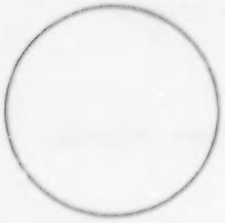
D-



E-

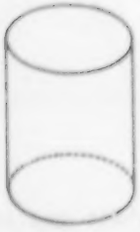
c) Parmi les figures géométriques suivantes, laquelle est une sphère?

A-



B-

C-



D-

E-

d) Parmi les figures géométriques suivantes, laquelle est un triangle équilatéral?

A-

B-

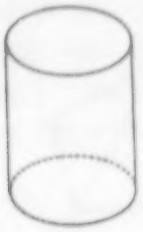
C-

D-

E-

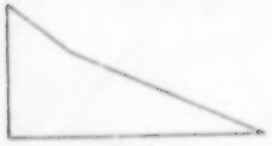
e) Considérez les formes géométriques suivantes:

I

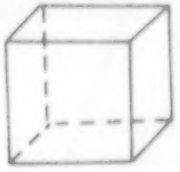


II

III

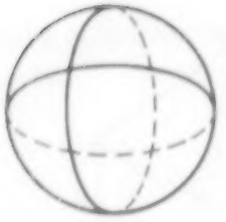


IV



V

VI



VII

VIII

Indiquez la lettre correspondant à l'énoncé vrai:

A- III, IV et VIII sont des quadrilatères
B- I, VI et VII sont des solides
C- V et VI sont des cercles
D- II et VII sont des triangles
E- II et III sont des triangles rectangles

EXERCICE 8

a) L'aire d'une piscine carrée de 16 m de côté mesure:

A- 256 m^2 B- 256 m C- 64 m

D- 64 m^2 E- 32 m^2

b) Quelle devrait être la mesure d'une clôture entourant un jardin de 22 m de long et de 17 m de large?

A- 39 m B- 78 m^2 C- 78 m

D- 39 m^2 E- 374 m^2

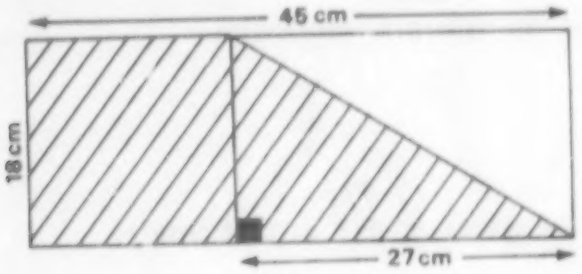
c) Calculez le périmètre d'un triangle isocèle dont les deux côtés égaux mesurent 10 cm chacun, le 3e côté étant de 12 cm et la hauteur de 8 cm.

A- 30 cm B- 20 cm C- 34 cm

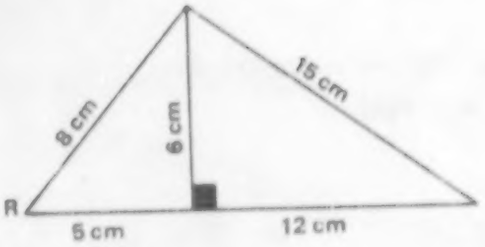
D- 32 cm E- 28 cm

EXERCICE 9

Calculez l'aire de la partie hachurée de la figure ci-dessous en mentionnant toutes les étapes de votre travail.



EXERCICE 10



En vous référant à la figure ci-contre, indiquez votre réponse par la lettre correspondant à votre choix.

a) L'aire du △RST représenté sur la figure ci-dessus est:

A- 51 cm² B- 180 cm² C- 36 cm²
D- 102 cm² E- 72 cm²

b) Le périmètre de cette même figure est:

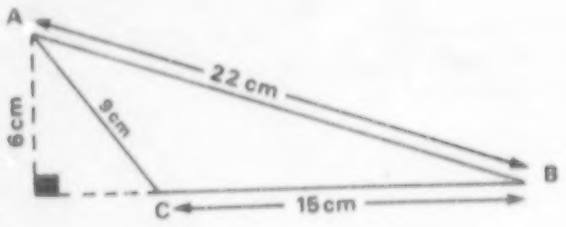
A- 33 cm B- 35 cm C- 46 cm
D- 19 cm E- 40 cm

EXERCICE 11

On veut recouvrir de tapis une pièce rectangulaire de 4 m par 5 m. Quelle quantité de tapis devra-t-on utiliser? (Donnez une solution complète)

EXERCICE 12

Soit la figure suivante.



a) Calculez le périmètre du Δ ABC

b) Calculez l'aire du Δ ABC

Vous pouvez maintenant rédiger le devoir 5.

CORRIGÉ

Le rectangle placé à droite de chaque exercice vous indique à quelle section de théorie vous référer en cas d'erreur. Vous y trouverez les explications utiles à la compréhension de l'exercice.

EXERCICE 1

chapitre 1; leçons 1 et 2

a) $\subseteq$
b) $\nsubseteq$
c) $\not\subset$
d) $\in$
e) $\subseteq$

EXERCICE 2

chapitre 1; leçons 1 et 3

a) D
b) C
c) B
d) A
e) E

EXERCICE 3

chapitre 2; leçons 3, 4 et 5

a) 216 710
b) 267 616 176
c) 140 reste 8

EXERCICE 4

chapitre 2; leçon 1

A

EXERCICE 5

chapitre 2; leçons 2 à 5

a) 56

$$76 - 4\,(6 + 2) + 3 \times 4$$
$$76 - 4 \times 8 + 12$$
$$76 - 32 + 12$$
$$44 + 12$$
$$56$$

b) 9

$$\frac{8\,(16 - 7) - (7 + 2)}{1 + 2 \times 3} = \frac{63}{7} = 9$$

$8\,(16 - 7) - (7 + 2)$
$8 \times 9 - 9$
$72 - 9$
63

$1 + 2 \times 3$
$1 + 6$
7

c) 14

$$\frac{7\,(32 \div 4) - 7 \times 2}{(3 \times 0) + (2 + 1)} = \frac{42}{3} = 14$$

$7\,(32 \div 4) - 7 \times 2$
$7 \times 8 - 14$
$56 - 14$
42

$(3 \times 0) + (2 + 1)$
$0 + 3$
3

d) 6

$$3 + \underbrace{12 \times 2} \div 6 - (\underbrace{5 - 2} \times 2)$$
$$3 + \underbrace{24 \div 6} - (\underbrace{5 - 4})$$
$$\underbrace{3 + 4} - 1$$
$$7 - 1$$
$$6$$

EXERCICE 6

chapitre 2; leçon 7

a) 412,40 $

6 800 $ - 2 676 $ = 4 124 $
4 124 $ + 824, 80 = 4 948,80 $
4 948,80 ÷ 12 = 412,40 $

b) 136 heures

51 × 20 = 1 020 fenêtres
1 020 × 8 = 8 160 minutes
8 160 ÷ 60 = 136 heures

c) 56 620 $

père	:	1 500 $ × 12 = 18 000 $
mère	:	2 200 $ × 12 = 26 400 $
fille	:	125 $ × 52 = 6 500 $
fils	:	110 $ × 52 = 5 720 $

revenu total: 18 000 $ + 26 400 $ + 6 500 $ +
5 720 $ = 56 620 $

EXERCICE 7

chapitre 3; leçons 1 et 2

a) C
b) D
c) B
d) E
e) B

EXERCICE 8

chapitre 4; leçons 1 et 2

a) A
b) C
c) D

EXERCICE 9

chapitre 4; leçon 2

567 cm² aire du carré : c x c

$18 \times 18 = 324 \text{ cm}^2$

aire du triangle : $\frac{b \times h}{2}$

$\frac{27 \times 18}{2} = 243 \text{ cm}^2$

aire totale $324 \text{ cm}^2 + 243 \text{ cm}^2 = 567 \text{ cm}^2$

EXERCICE 10

chapitre 4; leçons 1 et 2

a) A

b) E

EXERCICE 11

chapitre 4; leçon 2

20 m² aire du rectangle = L x l

4 x 5 = 20 m²

EXERCICE 12

chapitre 4; leçons 1 et 2

a) 46 cm périmètre du triangle = m $\overline{AB}$ + m $\overline{BC}$ + m $\overline{AC}$

22 cm + 15 cm + 9 cm = 46 cm

b) 45 cm² aire du triangle = $\frac{b \times h}{2}$

$\frac{15 \times 6}{2}$ = 45 cm²

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction des cours par correspondance

Mathématiques 121

Devoir 1

NOTE

Nom .....

Adresse.....

.....

Téléphone .....

Date d'envoi.....

Numéro matricule.....

Instructions

Pour l'expédition du devoir, veuillez vous conformer aux instructions suivantes:

1. Inscrire sur la couverture:

   a) Votre nom (en majuscules)
   b) Votre adresse complète (avec mention du code postal)
   c) Votre numéro de téléphone
   d) La date d'expédition
   e) Votre numéro matricule

2. Utiliser l'enveloppe de la Direction

3. Pour assurer une livraison plus rapide affranchir au tarif de 1re classe

N.B. – Communiquer à la Direction toute nouvelle adresse dans les plus brefs délais.

EXERCICE 1

Points (21)

1. Soit Z l'ensemble qui représente les notes de la gamme.

   Énumérez les éléments de l'ensemble Z.

   _____

2. Considérez l'ensemble suivant:

   E = {motocyclette, klaxon, selle, phare, guidon, amortisseur}.

   Inscrivez V ou F dans le cercle, selon que la proposition énoncée est vraie ou fausse.

   a) selle $\in$ E ○ b) klaxon $\notin$ E ○

   c) piston $\notin$ E ○ d) garde-boue $\in$ E ○

   e) moteur $\notin$ E ○ f) guidon $\notin$ E ○

3. Soit B = {x|x est une lettre du mot ARCHITECTURE}.

   a) Représentez l'ensemble B en extension.

   _____

   b) Représentez l'ensemble B par un diagramme de Venn.

Points
(21)

EXERCICE 2

1. Complétez les phrases suivantes.

   a) E = {soleil, lune, étoile} est un ensemble défini en _____

   b) Soit

   L'ensemble P est représenté par _____

   c) $z \in P$ se lit comme suit: _____

   _____

   d) $a \notin P$ se lit comme suit: _____

   _____

   e) E = {x|x est une consonne du mot EAU) est un ensemble défini en _____

   f) $A \subseteq B$ si _____

   _____

   g) Définir un ensemble en extension, c'est le décrire

   _____

   h) Définir un ensemble en compréhension, c'est le décrire _____

   _____

Points

2. Décrivez en extension l'ensemble des nombres premiers compris entre 4 et 20. _____

EXERCICE 3 (18)

1. Considérez les ensembles suivants décrits en compréhension ou en extension.

   M = {89}

   N = ∅

   P = {r, o, e, t, u}

   Q = {do, ré, mi, fa, sol, la, si}

   R = {e, u, l, r}

   S = {x|x est une lettre du mot ROUET}

   T = {x|x est le produit de 89 par 1}

   U = {y|y est une consonne du mot EAU}

   V = {y|y est une note de la gamme}

   W = {y|y est une lettre de EULER}.

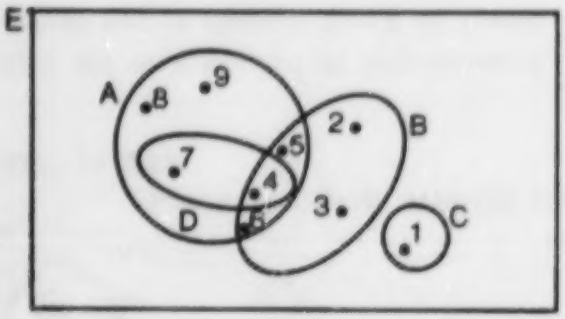
   Complétez les associations suivantes en faisant correspondre une définition en extension à une définition en compréhension du même ensemble.

   a) M et _____ b) N et _____ c) P et _____

   d) Q et _____ e) R et _____

Points

2. Considérez le diagramme suivant:



Inscrivez V ou F dans le cercle, selon que la proposition énoncée est vraie ou fausse.

a) $A = \{ 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ ○ b) $B = \{ 2, 3 \}$ ○

c) $C = \{ \}$ ○ d) $\{ 8, 9 \} \subseteq A$ ○

e) $\{ 6 \} \subseteq B$ ○ f) $6 \subseteq B$ ○

g) $1 \notin C$ ○ h) $4 \in D$ ○

EXERCICE 4 (5)

Parmi les réponses suggérées, laquelle représente tous les sous-ensembles de $E = \{ a, e \}$.

A) {a}, {e}
B) ∅, {a}, {e}
C) ∅, {a}, {e}, {a, e} ○

Points

EXERCICE 5 (10)

Dans le cercle, indiquez par le symbole $\subseteq$ ou $\not\subseteq$ si chacun des ensembles suivants est ou n'est pas un sous-ensemble de $\mathbb{N}$.

1. {1, 10, 100, 1000, 10 000} ○
2. {5, 10, 15, 20} ○
3. $\{1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots\}$ ○
4. L'ensemble des nombres pairs ○
5. $\mathbb{N}$ ○

EXERCICE 6 (5)

Placez en ordre croissant les éléments des ensembles suivants:

a) {1, 6, 5, 7, 8, 100} _____

b) {0, 10, 20, 5, 2} _____

c) {3, 5, 7, 1, 2} _____

d) {1, 2, 10, 8, 9} _____

e) {5, 10, 6, 12, 7, 14} _____

Points

EXERCICE 7 (10)

Exprimez en extension le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ représenté par chacun des graphiques suivants?

a)

b)

EXERCICE 8 (10)

Représentez sur la droite numérique les ensembles suivants.

a) l'ensemble des nombres naturels supérieurs à 3.

b) l'ensemble des nombres impairs compris entre 3 et 10.

Questions de l'élève

-
-
-
-
-
-
-
-

Remarques du correcteur

-
-
-
-
-
-
-
-

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction des cours par correspondance

Mathématiques 121

Devoir 2

NOTE

Nom .....

Adresse .....

.....

Téléphone .....

Date d'envoi .....

Numéro matricule .....

Instructions

Pour l'expédition du devoir, veuillez vous conformer aux instructions suivantes:

1. Inscrire sur la couverture:

   a) Votre nom (en majuscules)
   b) Votre adresse complète (avec mention du code postal)
   c) Votre numéro de téléphone
   d) La date d'expédition
   e) Votre numéro matricule

2. Utiliser l'enveloppe de la Direction

3. Pour assurer une livraison plus rapide affranchir au tarif de 1re classe

N. B. – Communiquer à la Direction toute nouvelle adresse dans les plus brefs délais.

Points

Les quatre premières questions sont objectives. Nous posons d'abord une ou plusieurs questions à résoudre et nous vous suggérons quelques réponses; puis nous exprimons quelques propositions au sujet de ces réponses suggérées. Votre travail est de trouver laquelle de ces propositions est vraie. Quand vous l'avez trouvée, vous inscrivez la lettre lui correspondant dans le cercle de droite.

EXERCICE 1 (4)

a) Comptez par 7 de 13 à 76.

b) Comptez par 6 de 47 à 95.

c) Comptez par 9 de 214 à 277.

Réponses suggérées:

a) 13, 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76.
b) 47, 53, 59, 65, 72, 78, 84, 90, 95.
c) 214, 223, 232, 241, 250, 259, 268, 277.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie?

A) Les réponses a), b), et c) sont exactes.

B) La réponse a) seulement est exacte.

C) Les réponses a) et c) sont exactes.

Points

EXERCICE 2 (4)

Voici cinq additions effectuées:

a)	b)	c)	d)	e)
66	214	932	4909	9 085
31	583	649	3091	3 515
97	797	1571	8000	12 000

Dans les sommes trouvées ci-dessus, il y en a deux qui sont fausses. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui mentionne exactement les deux erreurs?

A) Les sommes a) et b) sont fausses.

B) Les sommes b) et d) sont fausses.

C) Les sommes c) et d) sont fausses.

D) Les sommes d) et e) sont fausses.

E) Les sommes c) et e) sont fausses.

EXERCICE 3 (6)

a) Le nombre entier qui précède immédiatement 190 080 est:

A) 189 079 B) 190 979 C) 190 079

D) 190 081 E) 189 080

b) Le nombre entier qui suit immédiatement 204 099 est:

A) 204 010 B) 205 000 C) 205 099

D) 204 098 E) 204 100

Points

EXERCICE 4 (4)

Voici cinq affirmations vraies ou fausses.

a) $184 + 239 + 355 + 1234 + 988 = 3000$.

b) $210\,202 > 220\,102$.

c) $18 \leq 12$.

d) Mille deux cent soixante et onze s'écrit en chiffres: 1271.

e) Le nombre 475 398 renferme 475 unités de mille.

Parmi les propositions suivantes, trouvez celle qui est vraie.

A) Les affirmations a), b), et c) sont toutes fausses.

B) Les affirmations a), c), et e) sont toutes vraies.

C) Les affirmations b), c), et d) sont vraies.

D) Les affirmations a), d), et e) sont toutes vraies.

E) Les affirmations c), d), et e) sont toutes vraies.

EXERCICE 5 (8)

Effectuez les soustractions suivantes:

a) 25 798
- 13 762

b) 2 000
- 1 304

Points

EXERCICE 6 (8)

Effectuez les multiplications suivantes:

a) 1432
x 273

b) 3704
x 5449

EXERCICE 7 (12)

Effectuez:

a) $(7 + 4) + 5(3 + 9) =$

b) $7(6 + 2) + 4(9)(8) =$

c) $5 \times 3 \times 3(9 + 7) + 4(5 + 2) =$

Points

EXERCICE 8 (8)

Trouvez les quotients suivants:

a) 1008 ÷ 3 =

b) 2754 ÷ 27 =

EXERCICE 9 (6)

Décomposez les nombres suivants en leurs facteurs premiers:

a) 75

b) 243

EXERCICE 10 (10)

Une caissière a reçu les sommes suivantes d'un client:

24 fois 1$
19 fois 2$
16 fois 5$
7 fois 10$
6 fois 20$

Quel montant total a été déposé?

Points

EXERCICE 11 (10)

Au jeu, un homme perd successivement 5 $ lors d'une première course, 11 $ à la deuxième et 20 $ à la troisième. Si son salaire hebdomadaire représente 10 fois ce qu'il a perdu, trouvez combien il gagne par année.

EXERCICE 12 (10)

Bernard et trois de ses amis ont acheté ensemble un billet de loterie. Au tirage, ils gagnent 125 000 $. Combien chacun recevra-t-il si cette somme est partagée également?

Points

EXERCICE 13 (10)

Au supermarché vous achetez 5 articles à 4 $ pièce, quatre boîtes de conserve à 2 $ la boîte et 8 bouteilles à 6 $ chacune. Vous payez avec deux billets de 50 $. Combien vous revient-il?

Questions de l'élève

-
-
-
-
-
-
-
-
-

Remarques du correcteur

-
-
-
-
-
-
-
-
-

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction des cours par correspondance

Mathématiques 121

Devoir 3

NOTE

Nom .....

Adresse.....

.....

Téléphone .....

Date d'envoi.....

Numéro matricule.....

Instructions

Pour l'expédition du devoir, veuillez vous conformer aux instructions suivantes:

1. Inscrire sur la couverture:

   a) Votre nom (en majuscules)
   b) Votre adresse complète (avec mention du code postal)
   c) Votre numéro de téléphone
   d) La date d'expédition
   e) Votre numéro matricule

2. Utiliser l'enveloppe de la Direction

3. Pour assurer une livraison plus rapide affranchir au tarif de 1re classe

N.B. – Communiquer à la Direction toute nouvelle adresse dans les plus brefs délais.

Points

EXERCICE 1 (5)

Donnez la définition du carré.

EXERCICE 2 (5)

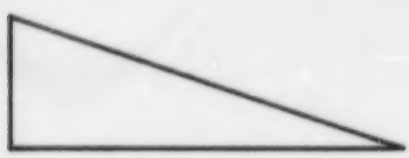
Donnez la définition du triangle rectangle.

EXERCICE 3 (10)

Parmi les formes géométriques suivantes, laquelle représente un cône?

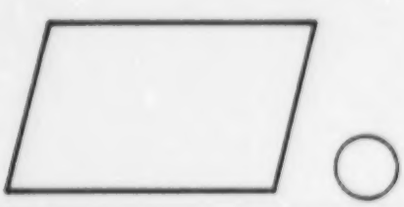
A)

B)



C)

D)



Points

EXERCICE 4 (10)

Identifiez cette forme géométrique:

A) Cylindre B) Sphère C) Cube

D) Cercle E) Triangle scalène

EXERCICE 5 (9)

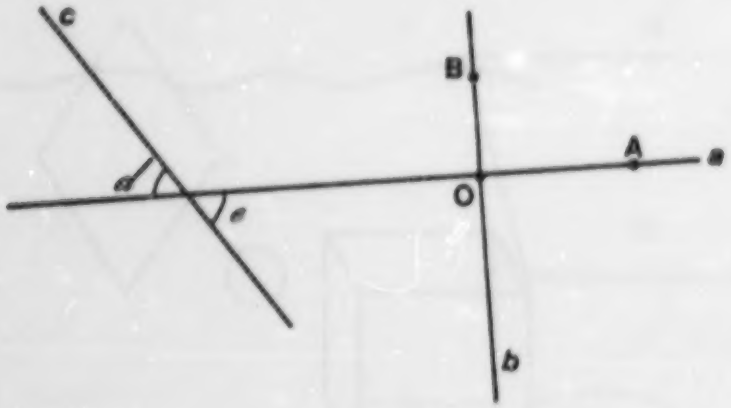
Donnez la définition de segment de droite.

Points

EXERCICE 6

(8)

En utilisant cette figure,



identifiez:

a) une droite _____

b) deux demi-droites _____

c) deux droites perpendiculaires _____

d) deux angles aigus _____

Points
(9)

EXERCICE 7

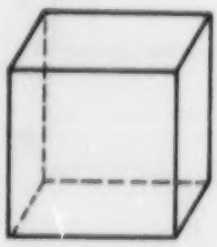
Quelles formes géométriques parmi les suivantes représentent des solides?

A)

B)

C)

D)



E)

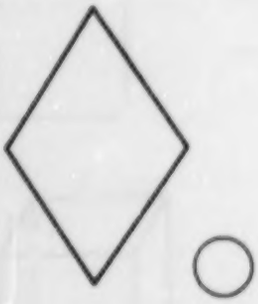
Points

EXERCICE 8

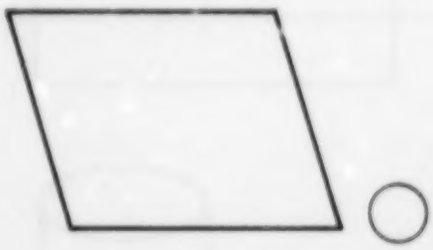
(12)

Identifiez, à l'aide de la lettre correspondant à la bonne réponse, les formes géométriques suivantes:

a)

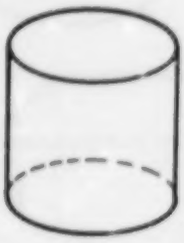


b)



c)

d)



A) Cylindre

B) Sphère

C) Carré

D) Losange

E) Parallélogramme

F) Trapèze

G) Triangle équilatéral

H) Triangle scalène

Points

EXERCICE 9 (5)

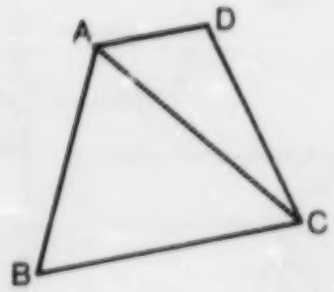
Donnez la définition de droites parallèles.

_____

_____

EXERCICE 10 (12)

En considérant la figure ci-contre:



identifiez:

a) un triangle isocèle _____

b) un triangle scalène _____

c) un trapèze _____

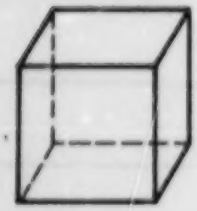
EXERCICE 11

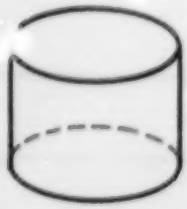
Points (15)

Considérez les formes géométriques suivantes:

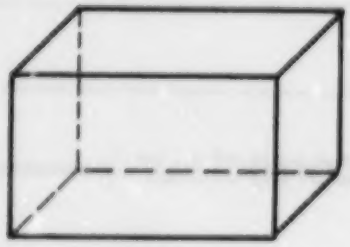
I)

II)

III) 

IV) 

V)

VI) 

Indiquez dans le cercle si les énoncés qui suivent sont vrais (V) ou faux (F).

a) I) et III) représentent des quadrilatères. ◯

b) III) et IV) représentent des solides. ◯

c) II) et V) représentent des solides. ◯

d) III) et VI) représentent des prismes rectangulaires. ◯

e) IV) représente une sphère. ◯

Questions de l'élève

-
-
-
-
-
-
-
-
-

Remarques du correcteur

-
-
-
-
-
-
-
-
-

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction des cours par correspondance

Mathématiques 121

Devoir 4

NOTE

Nom .....

Adresse.....

.....

Téléphone .....

Date d'envoi.....

Numéro matricule.....

Instructions

Pour l'expédition du devoir, veuillez vous conformer aux instructions suivantes:

1. Inscrire sur la couverture:

   a) Votre nom (en majuscules)
   b) Votre adresse complète (avec mention du code postal)
   c) Votre numéro de téléphone
   d) La date d'expédition
   e) Votre numéro matricule

2. Utiliser l'enveloppe de la Direction

3. Pour assurer une livraison plus rapide affranchir au tarif de 1re classe

N.B. – Communiquer à la Direction toute nouvelle adresse dans les plus brefs délais.

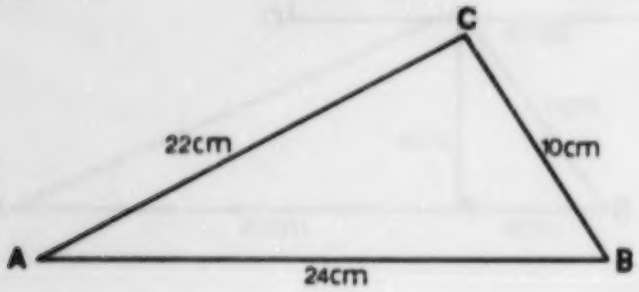
Points

EXERCICE 1

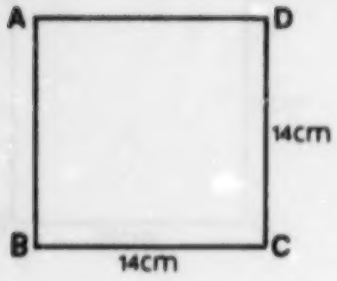
(16)

Évaluez le périmètre de chacune des figures suivantes:

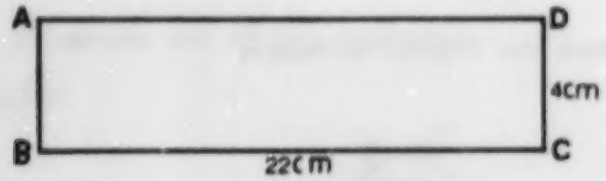
a) le triangle ABC



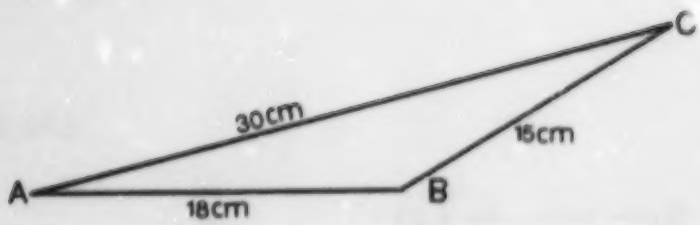
b) le carré ABCD



c) le rectangle ABCD



d) le triangle ABC



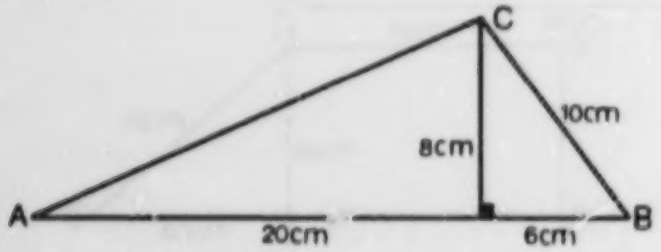
Points

EXERCICE 2

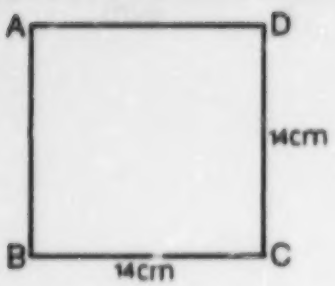
(16)

Évaluez l'aire de chacune des figures indiquées.

a) Le triangle ABC

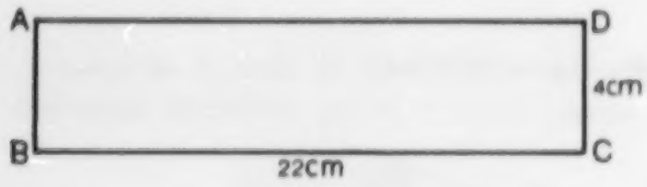


b) Le carré ABCD

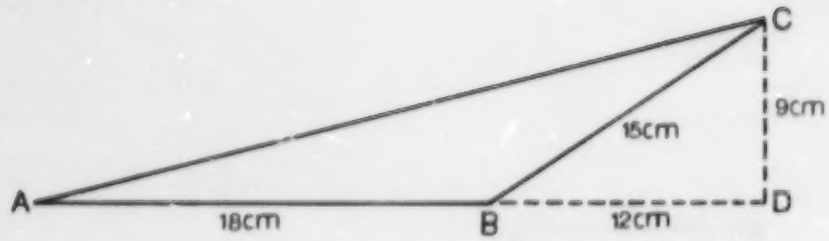


Points

c) Le rectangle ABCD



d) Le triangle ABC

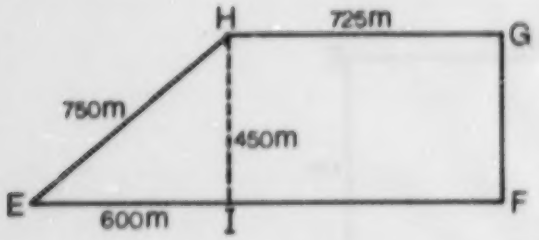


Points

EXERCICE 3

(10)

Quelle est la longueur de la piste de course HGFEH ayant la forme et les dimensions illustrées par la figure suivante:

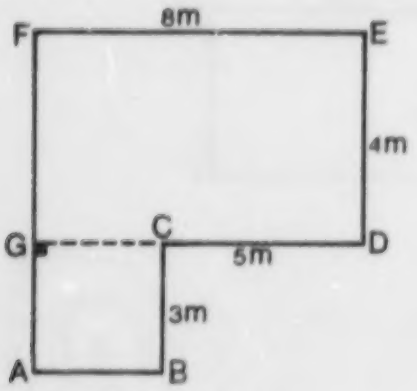


Points

EXERCICE 4

(14)

Un propriétaire veut creuser une piscine dans sa cour.
Quelle est l'aire dont il doit disposer si la piscine a la forme suivante:



EXERCICE 5

(10)

Quelle est l'aire d'une entrée rectangulaire d'un garage si les dimensions de l'entrée sont 6 m de largeur et 14 m de longueur?

Points

EXERCICE 6 (10)

Une maison est construite sur un terrain de 30 m par 48 m.
Évaluez la longueur de la clôture qui entoure cette propriété.

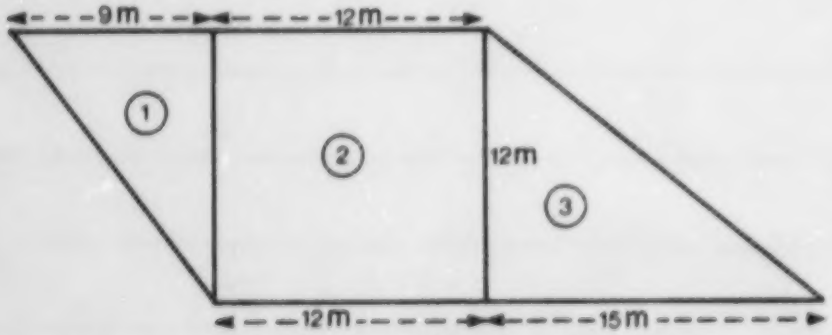
EXERCICE 7 (10)

Dans une pépinière de 345 m de longueur et 230 m de largeur,
chaque arbre occupe 1 m^2 de terrain.
Combien d'arbres croissent dans cette pépinière?

Points

EXERCICE 8 (14)

Dans une ville, les habitants bénéficient d'un parc ayant la forme et les dimensions illustrées sur la figure suivante divisée en trois secteurs:



Calculez l'aire de ce parc.

Questions de l'élève

Remarques du correcteur

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction des cours par correspondance

Mathématiques 121

Devoir 5

NOTE

Nom .....

Adresse.....

.....

Téléphone .....

Date d'envoi.....

Numéro matricule.....

Instructions

Pour l'expédition du devoir, veuillez vous conformer aux instructions suivantes:

1. Inscrire sur la couverture:

   a) Votre nom (en majuscules)
   b) Votre adresse complète (avec mention du code postal)
   c) Votre numéro de téléphone
   d) La date d'expédition
   e) Votre numéro matricule

2. Utiliser l'enveloppe de la Direction

3. Pour assurer une livraison plus rapide affranchir au tarif de 1re classe

N. B. – Communiquer à la Direction toute nouvelle adresse dans les plus brefs délais.

Points

EXERCICE 1 (7)

Soit A = {1, 3, 5, 7, 9}. Laquelle des affirmations suivantes est vraie?

A) A est l'ensemble des nombres naturels.

B) A est l'ensemble des nombres naturels premiers inférieurs à 10.

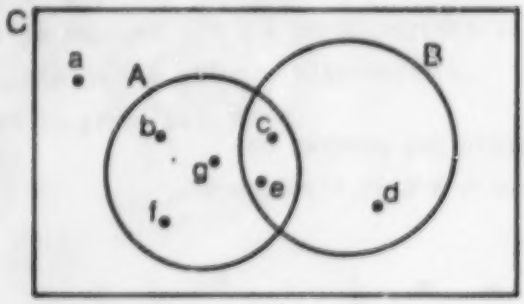
C) A est l'ensemble des nombres naturels impairs.

D) A est l'ensemble des nombres naturels impairs inférieurs à 10.

E) A est l'ensemble des nombres naturels pairs inférieurs à 10. ◯

EXERCICE 2 (16)

Considérez le diagramme suivant:



Indiquez par V ou F dans le cercle de droite si les propositions sont vraies ou fausses.

a) $A \subseteq C$ ◯ b) $\{c, e\} \subseteq A$ ◯

c) $\{c, d\} \in B$ ◯ d) $c \in A$ ◯

Points

e) $a \notin C$ ○ f) $\{a\} \nsubseteq C$ ○

g) $C = \{a, b, c, d\}$ ○ h) $\emptyset \subseteq A$ ○

EXERCICE 3 (7)

Représentez sur le graphique suivant l'ensemble des nombres naturels pairs compris entre 4 et 11.

EXERCICE 4 (5)

Exprimez en extension le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ représenté sur le graphique suivant. _____

EXERCICE 5 (7)

Quel graphique représente l'ensemble des nombres naturels qui sont à la fois inférieurs à 6 et supérieurs à 2?

A)

B)

C)

D)

E)

○

Points

EXERCICE 6 (10)

Un entrepreneur achète une propriété de 63 000 $. Il y apporte des transformations pour une valeur de 4 520 $ et la revend 72 500 $. Combien a-t-il fait de profit avec cette propriété?

EXERCICE 7 (10)

Au jeu, un homme perd successivement 6 $ lors d'une première course, 10 $ à la deuxième et 19 $ à la troisième. Si le montant qu'il a perdu représente la huitième partie de son salaire hebdomadaire, trouvez combien il gagne par année.

Points

EXERCICE 6 (10)

Un ouvrier a gagné 5 280 $ l'année dernière. Sachant que la moitié de cette somme a été utilisée pour la nourriture et l'automobile, combien, en moyenne, a-t-il déboursé chaque mois pour ces deux articles?

EXERCICE 9 (4)

Identifiez la forme géométrique ci-contre:

A) cylindre, B) sphère,

C) cube, D) cercle,

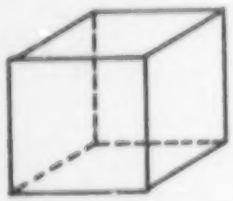
E) triangle rectangle.

Points
(6)

EXERCICE 10

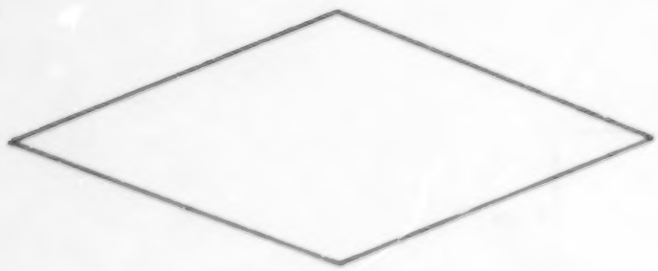
Identifiez, à l'aide de la lettre correspondant à la bonne réponse, les formes géométriques suivantes:

a)



b)

c)



A) losange B) carré C) cube

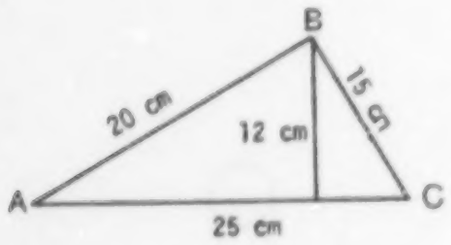
D) triangle isocèle E) triangle scalène

Points
(18)

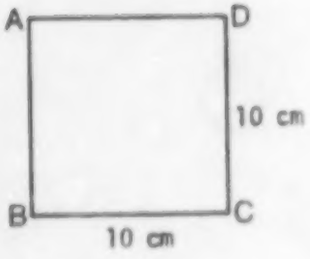
EXERCICE 11

Considérez chacune des figures suivantes:

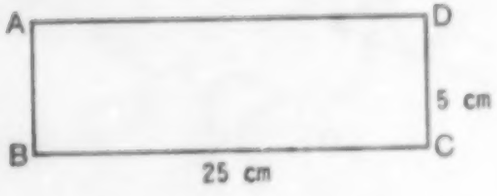
a)



b)



c)



Points

1. Évaluez le périmètre de chacune des figures indiquées.

a)

b)

c)

Points

2. Évaluez l'aire de chacune des figures indiquées.

a)

b)

c)

Questions de l'élève

Remarques du correcteur